

数学

(100 分)

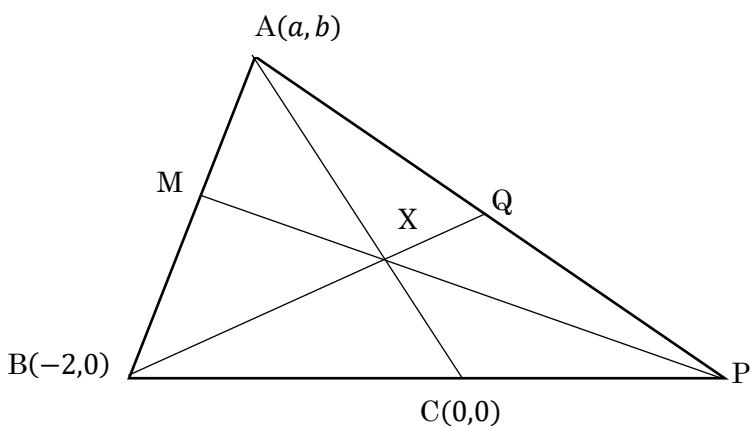
- 数学の問題は、I, II, III, IV, Vの5問よりなっている。
- 第一群を選択するものはI, II, III, IVの4問を、第二群を選択するものはI, II, III, Vの4問を解答すること。各群の問題は以下のようになっている。

第一群	第二群
数学 I, 数学 II	数学 I, 数学 II, 数学 III
数学 A, 数学 B	数学 A, 数学 B, 数学 C

第一群・第二群共通問題

I 次の 中を適当に補って、それを答案用紙に書け。証明や説明を書かないこと。(60 点)

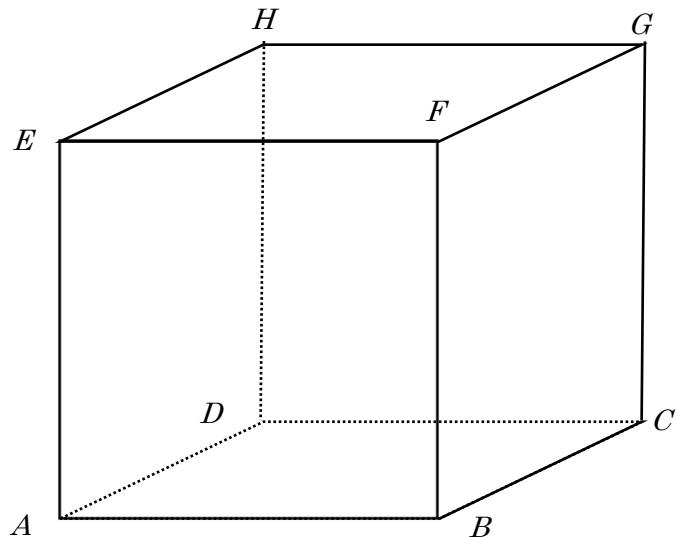
- $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $y = (2 \sin \theta - 3 \cos \theta)^2 - (2 \sin \theta - 3 \cos \theta) + 1$ の最大値 M と最小値 m を求めると、 $(M, m) = \boxed{(a)}$.
- $x^2 - 4x - 3 = 0, x > 0$ のとき、 $2x^4 + 0x^3 + 1x^2 + 2x + 2012 = p + q\sqrt{7}$ を満たす整数 p, q は $(p, q) = \boxed{(b)}$.
- 平面上に $A(a, b), B(-2, 0), C(0, 0)$ がある。点 M は線分 AB の中点で点 X は線分 AC を $(1-t):t$ に内分する点である。ただし、 $b > 0, 0 < t < \frac{1}{2}$ とする。直線 MX と直線 BC の交点を P 、線分 AP と直線 BX の交点を Q とする。三角形 BCX の面積を S_1 、三角形 XPQ の面積を S_2 とおくと、 $\frac{S_1}{S_2} = \boxed{(c)}$.



II 連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 1$, $\sqrt{2}x^2 \leq y$ を満たす部分の面積を求めよ。(40 点)

III 次の の中を適当に補って、それを答案用紙に書け。証明や説明を書かないこと。(60 点)

- (1) $\log_{10}(x+2) - \log_{10}\sqrt{6x+19} \geq 0$ を満たす実数 x の範囲を求めるとき (ア)
- (2) 下記の図のような一片の長さが 1 の正六面体 $ABCD-EFGH$ において AG の長さを求めるとき (イ)。



- (3) 箱の中に、平成 19 年から平成 23 年の各年に発行された 1,000 円の商品券が 1 枚ずつ、5,000 円の商品券が 1 枚ずつ、10,000 円の商品券が 1 枚ずつ、計 15 枚の商品券が入っている。そこから 1 枚ずつ 3 枚の商品券を取り出したとき、取り出された商品券の発行年がすべて異なり、かつそれらの合計が 15,000 円以上になる確率は (ウ) である。ただし、どの商品券も同形同質であり、一度取り出された商品券は箱に戻さないものとし、各商品券には発行年と額面が記載されているものとする。

選 択 問 題

第一群

IV $-1 < x < 1$ を定義域とする関数 $f_p(x) = \frac{x-p}{1-px}$, $f_q(x) = \frac{x-q}{1-qx}$ ($-1 < p < 1$, $-1 < q < 1$) について、次の問い合わせに答えよ。(40 点)

- (1) 定義域内のすべての x に対して $-1 < f_q(x) < 1$ を示せ。
- (2) 定義域内のすべての x に対して $f_p(f_q(x)) = \frac{x-r}{1-rx}$ を満たす時、 r を p と q で表し、 $-1 < r < 1$ を示せ。ただし、 $f_p(f_q(x))$ は $f_p(y) = \frac{y-p}{1-py}$ に $y = f_q(x)$ を代入したものを意味するものとする。
- (3) 定義域内のすべての x に対して $f_p(f_q(x)) = f_q(x)$ を満たす p を求めよ。

第二群

V 次の問い合わせに答えよ。(40 点)

- (1) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ($y \geq 0$) と x 軸で囲まれる部分の面積を積分法を用いて求めよ。
- (2) (1)のグラフを x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を積分法を用いて求めよ。