数学

（100 分）

1. 数学の問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，Ⅴの 5 問よりなっている．
2. 第一群を選択する者はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの 4 問を，第二群を選択する者はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅴの 4 問を解答すること．各群の問題は以下のようになっている．

第　一　群	第　二　群
数学Ⅰ，数学Ⅱ 数学 A，数学 B	数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ 数学 A，数学 B，数学 C

第一群・第二群共通問題

Ⅰ 次の$\boxed{}$の中を適当に補って，それを答案用紙に書け．証明や説明を書かないこと.(60 点)

(1) 実数x, yが $2x + y = \sqrt{2013}$を満たすとき,xyの最大値を求めると$\boxed{\text{(a)}}$.

(2) $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = \boxed{\text{(b)}}$.

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$　のとき，関数 $y = sin^3\ x + cos^3\ x$の最大値Mと最小値mを$t = \sin x\ +\ \cos x$とおいて求めると$(M, m) = \boxed{\text{(c)}}$.

Ⅱ 三角関数の加法定理を用いると，

$$\cos 2\theta = 2\ cos^2 \theta - 1,\ \sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$
$$\cos 3\theta = 4\ cos^3 \theta - 3\cos\theta,\ \sin 3\theta = \ 3\sin\theta - 4\ sin^3\ \theta$$

を導くことができる．このとき，次の問いに答えよ．（40 点）

(1) 加法定理と上の公式を利用して，$\cos 5\theta = 16cos^5 \theta - 20cos^3\ \theta + 5\cos\theta$　を導け．

(2)　$x = \cos\frac{2\pi}{5}$ とおくと,(1)より $16x^5 - 20x^3 + 5x - 1 = 0$ となる．

この左辺を因数分解すると $(x-1)(ax^2+bx+c)^2$ となる．整数 a, b, c を求めよ．

ただし，$a>0$ とする．

(3) $\cos\frac{2\pi}{5}$ の値を求めよ．

Ⅲ 次の $\boxed{}$ の中を適当に補って，それを答案用紙に書け．証明や説明を書かないこと．(60 点)

(1) 2 つのベクトル $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(x,1)$ について，$2\vec{a}-3\vec{b}$ と $\vec{a}+2\vec{b}$ が垂直になるように，実数 x を定めると $x=$ $\boxed{\text{（ア）}}$

(2) 青玉 10 個，黄玉 10 個，黒玉 10 個，緑玉 10 個，赤玉 10 個の合計 50 個が入った壺がある．最初に 1 個取り出して，見ずに箱にしまっておく．その後，壺から 1 個ずつ玉を戻さずに 3 回取り出したら，3 個とも赤玉であった．箱にしまっておいた玉が赤玉である確率は $\boxed{\text{（イ）}}$

(3) 曲線 $y=-x(x-2)$ と x で囲まれた面積を，直線 $y=(-a+2)x$ が 2 等分するとき，定数 a を求めると $a=$ $\boxed{\text{（ウ）}}$

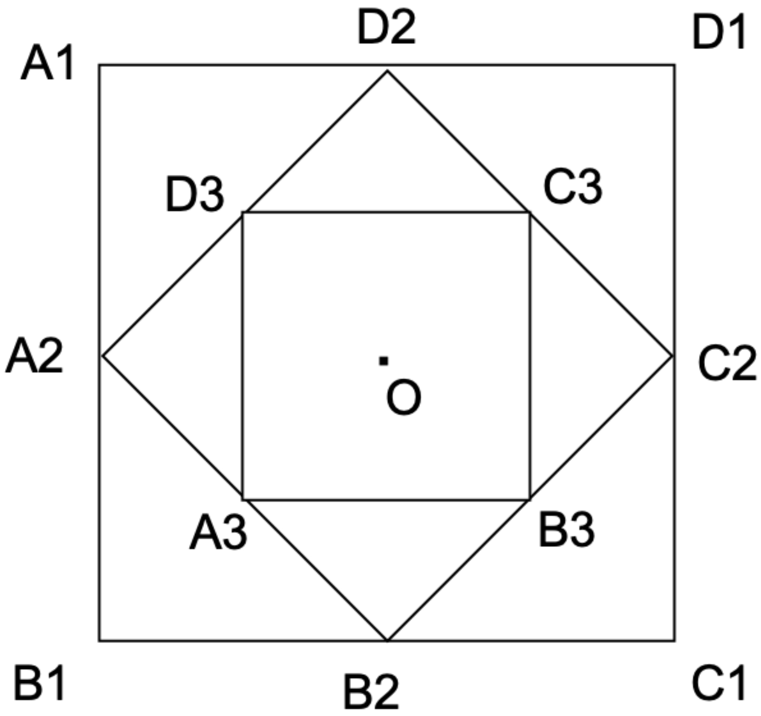
選　択　問　題

第一群

Ⅳ 正方形 $A_1B_1C_1D_1$ が下図のように与えられている．正方形 $A_2B_2C_2D_2$，正方形 $A_3B_3C_3D_3$，・・・，正方形 $A_nB_nC_nD_n$，正方形 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$，・・・を順に考える．ただし，$A_{n+1}$，$B_{n+1}$，$C_{n+1}$，$D_{n+1}$ はそれぞれ順に，A_nB_n，B_nC_n，C_nD_n，D_nA_n の中点．O は A_1C_1 の中点である．

正方形 $A_nB_nC_nD_n$ の面積を S_n とする．その時，$\frac{S_n}{S_1}$ が初めて $\frac{1}{100}$ 以下となる n

の値とその時の$\angle \mathrm{A_1OA}_n$を求めよ.$\log_{10}2 = 0.301$ とする． (40 点)



第二群

V 双曲線$y = \frac{1}{x} + \frac{4}{3}$ をC_1，曲線$y = -\frac{1}{3}x^3 + a$ をC_2，C_2

とx軸の交点を通るy軸と平行な直線を L とする． ただしaは実数とする． このとき，

次の問いに答えよ.(40 点)

(1) C_1とC_2が第一象限で接するとき，aの値を求めよ．

(2) (1)で求めたaに対して，C_1と C_2と L で囲まれた部分の面積を求めよ．