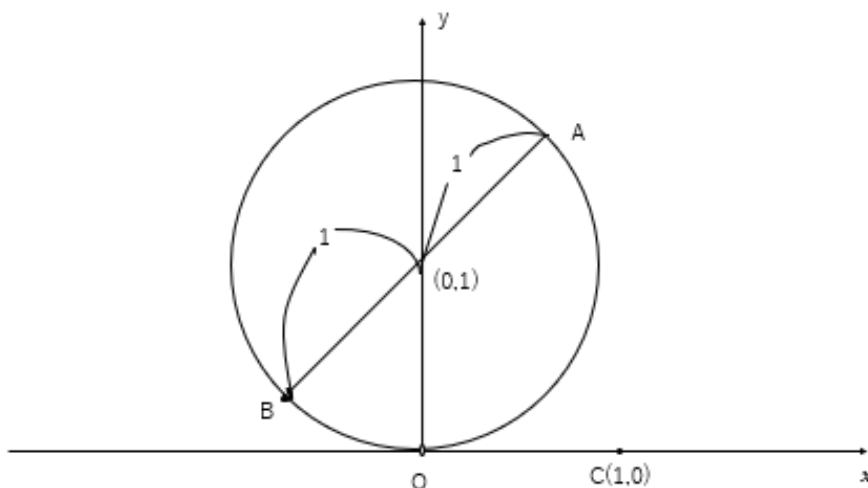


第一群・第二群共通問題

I 次の  の中を適当に補って、それを答案用紙に書け．証明や説明を書かないこと．(60 点)

(1) 1回の操作で溶液の不純物の25%を除去できる装置で不純物を除去するとき、この操作を複数回行い、元の不純物の98%以上を除去するには、最低何回以上この操作をする必要があるかを求めると  (a) 回以上．ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする．

(2) 中心が(0, 1)で半径1の円がある．下図のように、この円の直径ABと原点O(0, 0)と、 $x$ 軸上の点C(1, 0)をとる． $\angle AOC = 60^\circ$ とする．点Aの $x$ 座標を $t$ (ただし $t > 0$ )とし、 $\triangle OAB$ の面積を $S$ とすると、 $t$ と $S$ を求めると $(t, S) =$   (b)



(3) 4桁の正の整数 $n$ に対し、千の位、百の位、十の位、一の位の数字をそれぞれ $a, b, c, d$ とする． $a > b > c > d$ を満たす $n$ は全部で $p$ 個あり、 $a > c$ かつ $b > d$ を満たす $n$ は全部で $q$ 個ある．このとき、 $p$ と $q$ を求めると $(p, q) =$   (c)

II  $a$ を正の実数とする． $xy$ 平面上の放物線 $y = x^2$ 上に、点 $A(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2})$ および点 $B(2a, 4a^2)$ をとる．また点Oを原点とする．このとき、次の問いに答えよ．(40 点)

(1) 直線 AB と $y$ 軸の交点 C の座標を求めよ．

(2)  $\triangle OAB$ の面積を $S(a)$ とする． $a$ が正の実数全体を動くとき、 $S(a)$ を最小にする $a$ の値と、そのときの $S(a)$ の値を求めよ．

III 次の  の中を適当に補って、それを答案用紙に書け．証明や説明を書かな

いこと. (60 点)

(1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$  とするとき,  $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + 3 \cos^2 \theta$  の最大値  $M$ , 最小値  $m$  を求めると

$(M, m) =$  (ア)

(2)  $2014 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \cdots + \frac{n}{4^{n-1}} (n \geq 2)$  の値を求めると (イ)

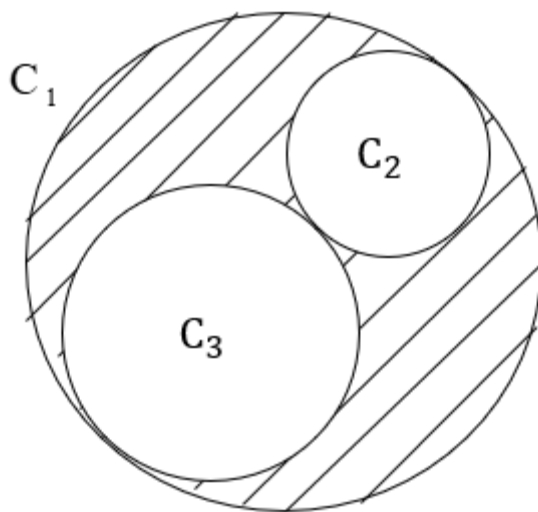
(3)  $0 \leq a \leq 3$  とするとき,  $\int_{-3}^3 |x(x-a)| dx$  の最大値  $M$  と, それを与える  $a$  の値を求めると

$(M, a) =$  (ウ)

選択問題

第一群

IV 下図のように半径1の円 $C_1$ の内部に半径 $x$ の円 $C_2$ と半径 $(1-x)$ の円 $C_3$ が内接している. ただし  $0 < x < 1$  とする. 円 $C_1$ の内部で円 $C_2$ と円 $C_3$ の外部の部分(図の斜線部分)の面積の最大値を求めよ. (40 点)



第二群

V 2つの曲線 $K_1: y = \sin x$ と $K_2: y = -\cos x + a$ について, 次の問いに答えよ. ただし,  $a$ は実数とし,  $0 \leq x \leq \pi$  とする. (40 点)

(1)  $K_1$ と $K_2$ が接するとき, 接点の座標と $a$ の値を求めよ.

(2) (1)で求めた $a$ に対して,  $y$ 軸と $K_1$ ,  $K_2$ とで囲まれた部分の面積を求めよ.