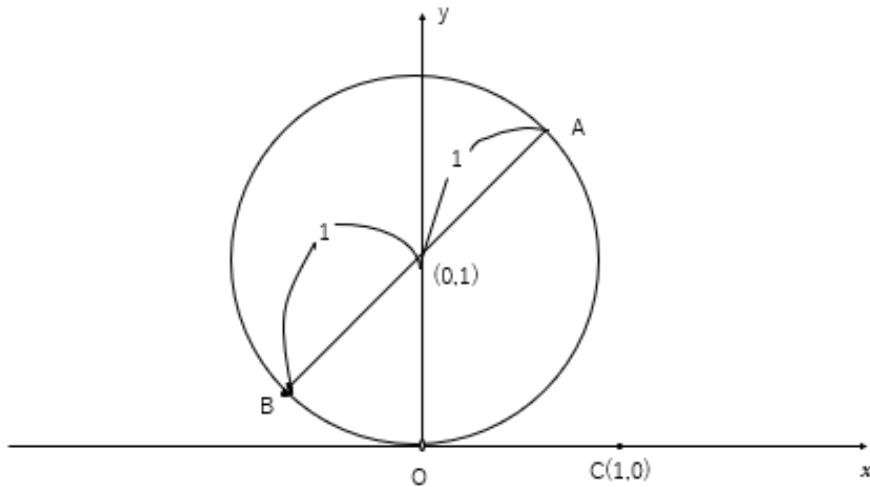


第一群・第二群共通問題

I 次の  の中を適当に補って、それを答案用紙に書け。証明や説明を書かないこと。(60点)

(1) 1回の操作で溶液の不純物の25%を除去できる装置で不純物を除去するとき、この操作を複数回行い、元の不純物の98%以上を除去するには、最低何回以上この操作をする必要があるかを求めるとき  回以上。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

(2) 中心が(0, 1)で半径1の円がある。下図のように、この円の直径ABと原点O(0, 0)と、x軸上の点C(1, 0)をとる。 $\angle AOC = 60^\circ$  とする。点Aのx座標をt(ただし  $t > 0$ )とし、 $\triangle OAB$  の面積をSとするとき、tとSを求めると  $(t, S) = \boxed{(b)}$



(3) 4桁の正の整数nに対し、千の位、百の位、十の位、一の位の数字をそれぞれa, b, c, dとする。 $a > b > c > d$ を満たすnは全部でp個あり、 $a > c$ かつ **$b > d$** を満たすnは全部でq個ある。このとき、pとqを求めると  $(p, q) = \boxed{(c)}$

II  $a$ を正の実数とする。xy平面上の放物線  $y = x^2$  上に、点A( $-\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}$ )および点B( $2a, 4a^2$ )をとる。また点Oを原点とする。このとき、次の問い合わせよ。(40点)

(1) 直線ABとy軸の交点Cの座標を求めよ。

(2)  $\triangle OAB$ の面積を  $S(a)$ とする。 $a$ が正の実数全体を動くとき、 $S(a)$ を最小にする  $a$ の値と、そのときの  $S(a)$ の値を求めよ。

III 次の  の中を適当に補って、それを答案用紙に書け。証明や説明を書かないこと。

いこと. (60 点)

(1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とするとき,  $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + 3 \cos^2 \theta$ の最大値  $M$ , 最小値  $m$ を求めるとき

$$(M, m) = \boxed{(\text{ア})}$$

(2)  $2014 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \cdots + \frac{n}{4^{n-1}}$  ( $n \geq 2$ ) の値を求めるとき

$$\boxed{(\text{イ})}$$

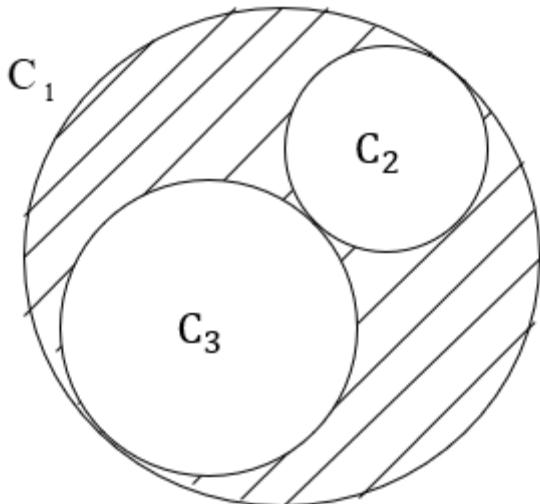
(3)  $0 \leq a \leq 3$ とするとき,  $\int_{-3}^3 |x(x-a)| dx$  の最大値  $M$  と, それを与える  $a$  の値を求めるとき

$$(M, a) = \boxed{(\text{ウ})}$$

選択問題

第一群

IV 下図のように半径1の円  $C_1$  の内部に半径  $x$  の円  $C_2$  と半径  $(1-x)$  の円  $C_3$  が内接している. ただし  $0 < x < 1$  とする. 円  $C_1$  の内部で円  $C_2$  と円  $C_3$  の外部の部分(図の斜線部分)の面積の最大値を求めよ. (40 点)



第二群

V 2つの曲線  $K_1: y = \sin x$  と  $K_2: y = -\cos x + a$  について, 次の問い合わせに答えよ. ただし,  $a$  は実数とし,  $0 \leq x \leq \pi$  とする. (40 点)

(1)  $K_1$  と  $K_2$  が接するとき, 接点の座標と  $a$  の値を求めよ.

(2) (1)で求めた  $a$  に対して,  $y$  軸と  $K_1$ ,  $K_2$  とで囲まれた部分の面積を求めよ.