

A

平成29年度学力試験問題

教 科 名

数 学

平成29年2月25日

13時00分から

14時40分まで

1. 数学の問題はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ, Ⅴの5問よりなっている.
2. 第一群を選択する者はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳの4問を, 第二群を選択する者はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅴの4問を解答すること. 各群の問題は以下のようになっている.

第 一 群	第 二 群
数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学A, 数学B	数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B

3. 答案用紙は各群共通で「その1」, 「その2」の2枚である.
4. 解答はすべて答案用紙の指定された箇所に書くこと. 問題Ⅰ, 問題Ⅲの解答には証明や説明を書かないこと. 問題Ⅳ, 問題Ⅴの解答は, 答案用紙のⅣ・Ⅴのところに書き, 選択した問題番号を○で囲むこと.

(下書き用紙)

第一群 問題 I, II, III, IV

第二群 問題 I, II, III, V

第一群・第二群共通問題

I 次の の中を適当に補って、それを答案用紙に書け。証明や説明を書かないこと。(60点)

- (1) 四面体 ABCD において、辺 BC の長さは 3, $\angle ABC = \angle ACD = 60^\circ$, $\angle ACB = 75^\circ$, $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ であるとする。このとき、辺 AD の長さを求めると、 (a) である。
- (2) 赤玉が 5 個、青玉が 4 個、白玉が 3 個入った袋がある。この袋から 4 個の玉を同時に取り出すとき、赤玉が 2 個以上かつ青玉が 1 個以上である確率は (b) である。
- (3) 1 辺の長さが 1 の正六角形の頂点を反時計回りに A, B, C, D, E, F とし、辺 AB を 1:2 に内分する点を P とする。このとき、線分 EP の長さを求めると (c) である。

II xyz 空間に 4 点 $O(0,0,0)$, $A(1,1,1)$, $B(2,1,2)$, $C(3,-1,-1)$ を取る。点 C から平面 OAB へ下ろした垂線と平面 OAB の交点を H とする。このとき、点 H の座標を求めよ。(40点)

III 次の の中を適当に補って、それを答案用紙に書け。証明や説明を書かないこと。(60点)

- (1) 5^n を十進法で表したとき、ちょうど 50 桁になるような自然数 n を求めると、 $n =$ (ア) である。必要があれば、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$ を用いよ。
- (2) $0 \leq x \leq 2$ のとき、関数 $y = |x^2 - 1| - x^2 + x + 1$ の最大値 M および最小値 m を求めると、 $(M, m) =$ (イ) である。
- (3) n を自然数とする。 $\sqrt{n^2 + 2017}$ が自然数となるような n を求めると、 $n =$ (ウ) である。必要があれば、2017 は素数であることを用いてよい。

(下書き用紙)

選 択 問 題

第一群

Ⅳ a を実数の定数とし、 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3x$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。(40 点)

- (1) $f(x)$ が極大値および極小値をそれぞれ一つずつ取るような a の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) で求めた範囲にあるとし、 $f(x)$ が $x = p$ で極大値を取り、 $x = q$ で極小値を取るとする。 xy 平面に点 $A(p, f(p))$ 、点 $B(q, f(q))$ を取るとき、次の条件を満たす a をすべて求めよ。

条件：点 A と点 B の中点が直線 $y = -x$ 上にある。

第二群

Ⅴ 関数 $f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$ について、次の問いに答えよ。(40 点)

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。 $y = f(x)$ の凹凸を調べる必要はない。
- (3) $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。

