



2019年度学力試験問題

教 科 名

数 学

2019年2月25日

13時00分から

14時40分まで

1. 数学の問題はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ, Ⅴの5問よりなっている.
2. 第一群を選択する者はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳの4問を, 第二群を選択する者はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅴの4問を解答すること. 各群の問題は以下のようになっている.

第 一 群	第 二 群
数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学A, 数学B	数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B

3. 解答用紙は各群共通で「その1」, 「その2」の2枚である.
4. 解答はすべて解答用紙の指定された箇所に書くこと. 問題Ⅳ, Ⅴの解答は解答用紙のⅣ・Ⅴのところに書き, 選択した問題番号を○で囲むこと.
5. 問題Ⅰ, Ⅲでは結論のみを書き, 証明や説明を書かないこと. 問題Ⅱ, Ⅳ, Ⅴでは結論だけでなく, 結論に至る過程の説明や途中計算も書くこと.

第一群・第二群共通問題

I 次の の中を適当に補って、それを解答用紙に書け。証明や説明を書かないこと。(60点)

(1) a は正の整数, p と q は実数で $p > 0$ とする。座標平面上に放物線 C を

$$y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 3a + 4$$

で定める。放物線 C が x 軸と共有点を持たず、点 $(1, -2)$ を通る直線 $y = px + q$ と接するとき、 $(a, p, q) =$ (a) である。

(2) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $y = 2 \sin \theta + |2 \cos \theta - 1|$ の最大値 M および最小値 m を求めると、 $(M, m) =$ (b) である。

(3) 漸化式

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n^2$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。このとき、 a_{10} を十進法で表すと (c) 桁の数となる。必要があれば、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$ を用いよ。

II 数列 $\{a_n\}$ に対し、 S_n を

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

で定める。 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し $S_n = 2a_n + n$ が成り立つとき、次の問に答えよ。(40点)

(1) a_1 および a_2 を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n の式で表せ。

(3) a_n を n の式で表せ。

Ⅲ 次の の中を適当に補って，それを解答用紙に書け．証明や説明を書かないこと．(60 点)

- (1) 3 円切手と 5 円切手を何枚かずつ使って，ちょうど 2019 円分の金額にする枚数の組み合わせは全部で (ア) 通りある．ただし，一方の切手を全く使わなくてもよいものとする．
- (2) $1 \leq a < b \leq 20$ を満たす整数 a, b のうち， $a + b$ が 4 の倍数となるような (a, b) の組は全部で (イ) 通りある．
- (3) x と y は実数で $y > 0$ とする．座標平面に点 $O(0, 0)$ ，点 $A(6, 0)$ および点 $B(x, y)$ を取る．辺 OB の長さが 5，辺 AB の長さが 9 のとき， $(x, y) =$ (ウ) である．

選 択 問 題

第一群

Ⅳ a を実数の定数とする. $x^2 + y^2 = 1$ のうち $y \geq 0$ の部分が表す曲線を C , $y = a(x^2 - x)$ が表す放物線を P とする. また, 点 $A(1, 0)$, 点 $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ を取る. 放物線 P が点 B を通るとき, 次の問に答えよ. (40 点)

- (1) 定数 a の値を求めよ.
- (2) 線分 AB と曲線 C で囲まれた部分の面積を求めよ.
- (3) 線分 AB と放物線 P で囲まれた部分の面積を求めよ.
- (4) 放物線 P と曲線 C で囲まれた部分の面積を求めよ.

第二群

Ⅴ $0 < x < 1$ のとき, 不等式

$$-\log(1-x) < \frac{x}{1-x} - \frac{x^2}{2}$$

が成り立つことを証明せよ. ただし, 対数は自然対数とする. (40 点)