

受験番号

(算用数字で記入のこと)

1995 年 度

T 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの鉛筆で記入することになっています。HBの鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどは使用してはいけません。)
3. 試験開始後、ただちに問題用紙の受験番号欄に、受験番号を算用数字で記入してください。
4. 解答用紙にはすでに受験番号がマークされていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折りまげたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. この問題用紙は、試験終了後回収します。

I. 次の空欄イ～チには、あてはまる数を、空欄リにはあてはまる式を記入せよ。

解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{11}$, $\sqrt[4]{27}$ を小さい順に並べると

< < である。

(ii) 方程式 $\log_x 81 - \log_3 x = 3$ を満たす x の値は と である。

(iii) 曲線 $y = x^3 + x - 1$ の点 $(2, 9)$ における接線に直交し、点 $(2, 9)$ を通る直線の方程式は
 $y =$ $x +$ である。

(iv) $\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx =$

(v) すべての実数 x に対して $-x^2 - 4x + a < 0$ が成り立つような
 a の範囲は である。

II. xy 平面において行列 A

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ a \sin \theta & a \cos \theta \end{pmatrix}$$

で表される 1 次変換 f を考える。ただし a, θ は実数で $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

次の問(i), (ii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $y = 2x$ で表される直線 l が 1 次変換 f で自分自身に移されるように a の値を定めよ。

(ii) 原点と異なる点 P で $f(P) = P$ となるものが存在するような a の値を求めよ。

III. 放物線 $y = -x^2 + 2x$ がある。点 P はこの放物線上の点で $0 < x < 2$ の範囲を動くものとする。
点 P から x 軸上に下した垂線と x 軸との交点を A とする。

次の問(i), (ii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 原点 O と点 P, A でできる三角形 OPA の面積を最大にする点 P の座標を求めよ。

(ii) 放物線 $y = -x^2 + 2x$ および線分 OP で囲まれる部分の面積と、三角形 OPA の面積が等しくなるような点 P の座標を求めよ。

IV. 空間にある 2 点 $A(1, 1, 0)$, $B(3, 0, 0)$ を通り、球

$$S: x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$$

に接する平面は 2 つあり、そのひとつは $z = 0$ である。

次の問(i), (ii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 点 A, B を通り球 S に接する平面 L で平面 $z = 0$ に等しくないものを求めよ。

(ii) 平面 L と球 S との接点 P の座標を求めよ。