

受験番号

(算用数字で記入のこと)

1996 年 度

〇 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの鉛筆で記入することになっています。HBの鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどは使用してはいけません。)
3. 試験開始後、ただちに問題用紙の受験番号欄に、受験番号を算用数字で記入してください。
4. 解答用紙にはすでに受験番号がマークされていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折りまげたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. この問題用紙は、試験終了後回収します。

I. 次の空欄イ～カには、あてはまる数を、また空欄ヨには、あてはまる式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) 直線 $y = x$ に関する対称移動を表す変換を f 、原点を中心とする回転角 30° の回転移動を表す変換を g とし、 $h = f \circ (g \circ f)$ とする。このとき

h を表す行列 A は $\begin{pmatrix} \boxed{\text{イ}} & \boxed{\text{ロ}} \\ \boxed{\text{ハ}} & \boxed{\text{ニ}} \end{pmatrix}$ である。また A^8 は $\begin{pmatrix} \boxed{\text{ホ}} & \boxed{\text{ヘ}} \\ \boxed{\text{ト}} & \boxed{\text{チ}} \end{pmatrix}$ である。

- (ii) a_i は $0 \leq a_i < 8$ である整数とし、 $[a_1 a_2 \cdots a_n] = 8^{n-1}a_1 + 8^{n-2}a_2 + \cdots + a_n$ として記号 $[\]$ を定義する。このとき $[1 \ 2 \ 3] \times [4 \ 5] = [\boxed{\text{リ}} \ \boxed{\text{ヌ}} \ \boxed{\text{ル}} \ \boxed{\text{ヲ}}]$ である。

- (iii) 4点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 2)$, $D(1, 2, 3)$ がある。三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ワ}}$ であり、四面体 $ABCD$ の体積は $\boxed{\text{カ}}$ である。

- (iv) $\sum_{k=1}^{4n} \left(\cos \frac{k\pi}{2} + \sin \frac{k\pi}{2} \right) k(k+1) = \boxed{\text{ヨ}}$ である。

II. 原点 O を中心とする半径1の円がある。点 P は初め点 $A(1, 0)$ に位置し、 t 秒後には $\angle AOP = t$ となるように円周上を移動する。一方、点 Q は初め同じく点 A に位置し、 t 秒後には $\angle AOQ = -2t^2 + 6t$ となるように円周上を移動する。ただし、角度の単位はラジアンとする。次の問(i), (ii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) P, Q が A を同時に出発し次に重なるまでの間に P と Q の距離が最大になるのは何秒後か。
(ii) 同じ間に $\triangle POQ$ の面積が最大になるのは何秒後か。

III. 座標平面上の点の集合 A, B, C を次のように定義する。

$$A = \{(x, y) | x \geq y \geq |x^2 - 1|\}$$

$$B = \{(x, y) | x \leq y \leq |x^2 - 1|\}$$

$$C = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2\}$$

次の問(i), (ii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) 集合 $(A \cup B) \cap C$ の示す領域を図示せよ。
(ii) この領域の面積を求めよ。

IV. 図のように、たて、よこの長さがそれぞれ1, 2の紙がある。

これを幅 x でたてに切り2つの紙片を作り、それぞれをまるめて2つの円柱の側面を作る。ただし、たて、よこ、どちらの側を底にするかは円柱の体積が小さくなるように決めるものとする。このとき2つの円柱の体積の和の最小値とそのときの x の値を求めよ。ただし、のりしろは考えなくてよい。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

