

D 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの鉛筆で記入することになっています。HBの鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。（万年筆・ボールペン・サインペンなどは使用してはいけません。）
3. 試験開始後、ただちに問題用紙の受験番号欄に、受験番号を算用数字で記入してください。
4. 解答用紙にはすでに受験番号がマークされていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折りまげたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. この問題用紙は、試験終了後回収します。

I. 次の空欄イ～ワにあてはまる数または式を記入せよ。解答は、解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) $2^{\frac{3}{2}}$ の桁数は であり、 $5^{\frac{3}{2}}$ の桁数は である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。
- (ii) a, b, c が実数で、 x の方程式 $x^4 + ax^3 + bx + c = 0$ の解のうち、2つは1と $1+i$ である。
このとき、 $a =$, $b =$, $c =$ である。
- (iii) 3点 $A(-1, -1, -1)$, $B(1, 2, 3)$, $C(x, y, 1)$ が一直線上にあるときには、
 $x =$, $y =$ である。
- (iv) $y = x(x-1)$ とこの曲線上の点 $P(2, 2)$ で曲線に接する接線は、 $y =$ であり、
この曲線およびその接線と y 軸とで囲まれる面積は である。
- (v) 関数 $f(x) = |\cos 2x| + \cos x$ ($0 \leq x \leq 180^\circ$) は、 $x =$ のとき最大値 となり、
 $x =$ のとき最小値 となる。

II. 2つの関数 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 20x$, $g(x) = -4x^2 + 26x + a$ がある。ただし、 a は実数とする。
次の問(i), (ii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) どのような実数 x に対しても、 $f(x) \geq g(x)$ となる a の範囲を求めよ。
- (ii) どのような実数 x_1, x_2 に対しても、 $f(x_1) \geq g(x_2)$ となるような a の範囲を求めよ。

III. 長さ 30cm の直線状の針金を、その上の2点 P, Q で折り曲げて3角形にしたい。針金の一方の端 O から P, Q までの長さをそれぞれ x cm, y cm とする。この針金が3角形を形作るとき、点 (x, y) が、 xy 平面上を動いて描く図形の範囲を図示し、その面積を計算せよ。解答は、解答用紙の所定欄に記入せよ。

IV. ある生き物が、群れをなして生活している。生まれて1年後の春に、雄と雌は1対ずつ全てつがいとなり、各つがいは2匹の子を生む。同じつがいは、その翌年の春には、4匹の子を生み、さらに次の年の春には子を生まないまま過ごし、冬になると自然死してしまう。ある年の春に生まれたものを祖先とするものが、それから n 年後の夏には何匹になっているか求めたい。生まれてくる子は、群れ全体としては、雌雄同数であり、この生き物が死ぬのは、上記の自然死以外にないものとする。
次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) ある年の春に生まれた $2a_0$ 匹を祖先とするもので、それから n 年後の春に生まれる子の数を $2a_n$ とし、漸化式 ($n \geq 2$) を記し、数列 $\{a_n\}$ の一般項を n と初項 a_0 の関数として求めよ。
- (ii) n 年後 ($n \geq 3$) の夏には、何匹の群れになっているか、 a_i ($i \leq n$) を用いて表わせ。
- (iii) ある年の春に生まれた200匹を祖先とするものは、それから10年後の夏には何匹になっているか求めよ。