

立教大学数学科

受験番号				
	(算用数字で記入のこと)			

1997 年 度

Z_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の受験番号と一致しているか確認してください。
3. 試験開始後ただちに問題用紙と計算用紙の受験番号欄に、受験番号を算用数字で記入してください。
4. 解答は解答用紙の所定欄に記入してください。
5. この問題用紙は、試験終了後回収します。

I. 下記の空欄にあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(1) n を正の整数とすると、行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n$ の逆行列は $\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$ である.

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax + b}{x - 1} = 2a$ であるとき、 b は $\square$ である.

(3) $\tan \alpha = 2 - \sqrt{3}$, $\tan \beta = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ のとき、 $\tan(2\alpha + \beta)$ の値は $\square$ である.

(4) 6次の多項式 $p(x)$ とその導関数 $p'(x)$ がともに $x^3 - x$ で割り切れるとする. $p(2) = 72$ ならば $p(x) = \square$ である.

(5) 赤玉が3個、白玉が2個ある. この5つの玉を、3つの箱 A, B, C に分配する. ただし空の箱があってもよいとする. このとき少なくとも1つの箱に同じ色の玉が2個以上入る確率は $\square$ である.

II. xy 平面において、放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $(1, 1)$ における接線を l とする. C と交わり l に平行な直線の列 l_n および C と直線 l_n で囲まれる図形 E_n を考える ($n = 1, 2, 3, \dots$). E_1 の面積は $\frac{9}{2}$ で、 E_n の面積は E_1 の面積の 8^{n-1} 倍であるとする.

(1) 直線 l, l_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) の方程式を求めよ.

(2) 点 $(-4, 100)$ を中心とし半径5の円を D とする. ある n に対し E_n は D を含むことを示し、そのような n で最小なものを求めよ.

Ⅲ. xy 平面上に直線 $L: x+y=2$ およびそれと 2 点で交わる双曲線 $C: xy=r$ ($r>0$)がある. 2 交点のうち, x 座標が大きい方の点を P とし, 直線 $y=x$ と C との交点を Q とする.

(1) r はどのような範囲にあるか.

(2) 直線 OP と点 Q との距離 d を r で表せ. ただし, O は原点とする.

(3) d の最大値を求めよ.

Ⅳ. 半径 1 の円周 C 上に中心をもつ n 個 ($n \geq 3$) の同じ半径の小円が, 隣り合うものどうしが接するようにおかれて C を一周している.

(1) 小円の半径 r_n を求めよ.

(2) $n \geq 6$ のとき, r_n は $\frac{3}{n} \leq r_n < \frac{\pi}{n}$ をみたすことを証明せよ.

(3) $0.3 < r_n < 0.4$ となるような n をすべて求めよ.