

立教大学数学科

受験番号				
------	--	--	--	--

(算用数字で記入のこと)

1998 年 度

N_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の受験番号と一致しているか確認してください。
3. 試験開始後ただちに問題用紙と計算用紙の受験番号欄に、受験番号を算用数字で記入してください。
4. 解答は解答用紙の所定欄に記入してください。
5. この問題用紙は、試験終了後回収します。

I. 下記の空欄にあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a+1 & a \\ a-1 & a+2 \end{pmatrix}$ が逆行列をもたないとき, $A^2 = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$ である.

(2) a を実数とする. 方程式 $x^4 + ax^2 + 1 = 0$ が実数解をもたないための a の条件は $\square$ である.

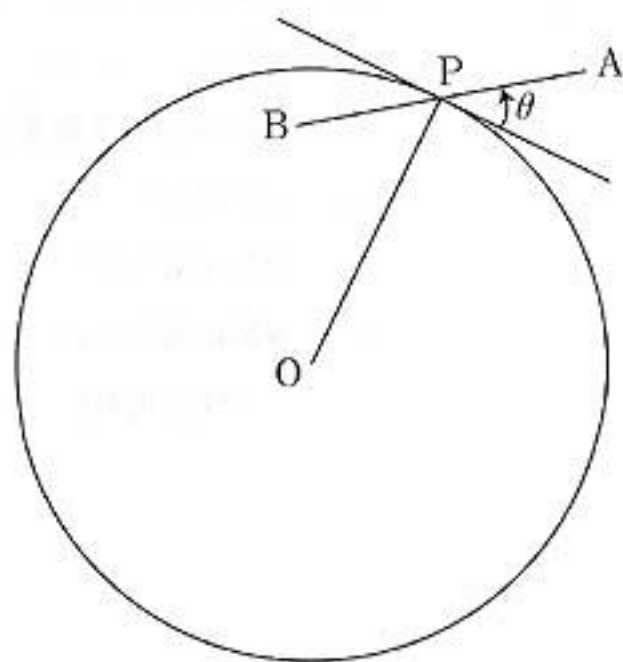
(3) $f(x) = x^2 e^{-x}$ の $x > 0$ における最大値は $\square$ である.

(4) $\int_{\frac{1}{2}}^2 |\log x| dx$ の値は $\square$ である.

(5) 正 17 角形の頂点のうち 3 つを頂点とする三角形を任意にえらぶとき, 正 17 角形と辺を共有しない確率は $\square$ である.

II. 半径 1 の円周上を, 長さ 1 の線分 AB の中点 P が一周する. 線分 AB と P における円の接線のなす角 θ が一定のとき, 線分 AB の通過する範囲の面積 $S(\theta)$ を求めよ. (ただし, $0 \leq \theta < \pi$ とする.)

また, $S(\theta)$ の最大値および最小値を求めよ.



III. 直線軌道を走るある電車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの間について, t 秒間に走る距離を x メートルとすると, $x = 16(t - 3at^2 + 4a^2t^3 - 2a^3t^4)$ であるという. ここで a は, 運転席にある調節レバーによって値を調節できる正の定数である.

(1) ブレーキをかけ始めてから t 秒後の電車の速度 $v = \frac{dx}{dt}$ を t と a で表せ.

(2) 駅まで 200 メートルの地点でブレーキをかけ始めたときにちょうど駅で電車が止まったとする. そのときの a の値を求めよ.

(3) 乗客の安全のため, 電車の加速度 $\alpha = \frac{d^2x}{dt^2}$ の大きさ $|\alpha|$ が 1 を越えない範囲にレバーを調節しておく規則になっている. このとき, ブレーキをかけ始めてから止まるまでの距離を最小にする a の値とそのときの距離を求めよ.

IV. 平面を下図のように正六角形で埋め、その各頂点に電球を配置する。この電球は、次の規則に従って点滅する。

(a) まず、点 A にある電球が点灯する。

(b) 一度点灯した電球は、以後 1 秒ごとに点滅を繰り返す。

(c) まだ点灯していない電球は、隣接する電球が点灯した 1 秒後に点灯を開始する。(たとえば、図で 1 と記入されている点にある電球は A の電球が点灯してから 1 秒後に、2 と記入されている点にある電球は A の電球が点灯してから 2 秒後に点灯する。)

このとき、A の電球が点灯してから n 秒後に初めて点灯する電球の個数を a_n とし、 n 秒後に点灯している電球の総数を b_n とする。

(1) a_3, a_4, a_5 を求めよ。

(2) a_n を n の式で表せ。

(3) b_n を求め、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^2}$ を計算せよ。

