

V 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒芯のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8頁までとなっています。試験開始後、ただちに頁数を確認してください。なお、問題番号はI～IVとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄イ～チにあてはまる数を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 複素数 α, β が, $\alpha - \beta = 2$, $\alpha\beta = -2$ をみたすとき, α の絶対値 $|\alpha|$ は イ である。

(ii) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ のとき, $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ ロ, $x^3 - \frac{1}{x^5} =$ ハ である。ただし $0 < x < 1$ とする。

(iii) $\log x$ が x の常用対数を表すとき, $\frac{1}{2}$, $2^{-\log 2}$, $\log 2$ のなかで最も大きい数は ニ であり, 最も小さい数は ホ である。

(iv) $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 2$ について, $f(x)$ が極大となる点と極小となる点を結ぶ直線の方程式は $y =$ ヘ $x +$ ト である。

(v) 男の子4人, 女の子3人が円いテーブルに座るとき, 男の子の横(少なくとも左右どちらか一方)に女の子が居るような座り方は チ 通りである。

Ⅱ. 点 $(1, 1)$ を通る直線 $l: y - 1 = m(x - 1)$ と、放物線 $p: y = x^2$ が異なる 2 点で交わっている. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (i) $x = 1$ と異なるもう 1 つの交点の x 座標 α を, m を用いて表せ.
- (ii) 直線 l と放物線 p とで囲まれる部分の面積を S_1 とする. S_1 を m を用いて表せ.
- (iii) 放物線 p と x 軸および 2 直線 $x = \alpha, x = 1$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする.

$$S_1 : S_2 = 1 : 2$$

のとき, 直線 l の方程式を求めよ.

Ⅲ. 2つの直線 $l_1: ky + x - 1 = 0$, $l_2: y - kx - k = 0$ について、次の問(i)~(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) l_1, l_2 は、 k の値とは無関係にそれぞれある定点を通る。 l_1 が通る定点を A , l_2 が通る定点を B とするとき、 A および B の座標を求めよ。

(ii) l_1 と l_2 は直交することを示せ。

(iii) l_1 と l_2 の交点は、 k に無関係な円周上にある。この円の方程式を求めよ。

IV. 数列 $\{a_n\}$ が $a_{n+2} - 2a_{n+1} - 3a_n = 0$ をみたすとき、次の問(i)~(iii)に答えよ、
ただし $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ とする、解答は解答用紙の所定欄に記入せよ、

(i) $b_n = a_{n+1} + a_n$ および $c_n = a_{n+1} - 3a_n$ としたとき、 b_n , c_n を、それぞれ n を用いて表せ、

(ii) a_n を、 n を用いて表せ、

(iii) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ、