

I. 次の空欄イ～ホにあてはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 正の実数 a について、 2 , $\frac{1}{a}$, a がこの順で等差数列をなすとき、 $a =$ である。

(ii) $\log_{10} 7 = 0.8451$ とするとき、 70^{20} は 桁の数である。

(iii) 複素数 α , β が、 $\alpha + \beta = 1$, $|\alpha| = 1$, $|\beta| = 1$ を満たすとき、 $\alpha^3 =$ である。

(iv) 原点を中心とする半径 5 の円の内部または円周上にある整数点 (x, y) (x, y はともに整数) の個数は 個である。これらの中から 1 つの点を選ぶとき、それが円周上にある確率は である。

Ⅱ. 2次方程式 $x^2 - 2(a-1)x + (a-2)^2 = 0$ について、次の問(i), (ii)に答えよ.
解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 実数解を持つ a の範囲を求めよ.

(ii) 2つの解を α, β としたとき、 $0 < \alpha < 1 < \beta < 2$ となるような a の範囲を求めよ.

Ⅲ. 座標空間に、 xy 平面と直線 l で交わる平面 α がある.

平面 α 上に、2 点 $A(-2, -1, 4)$, $C(1, 2, -2)$ があり、線分 AC と直線 l は直交しているものとする. このとき次の問(i), (ii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 直線 l の方程式を求めよ.

(ii) 平面 α 上に線分 AC を対角線とする正方形 $ABCD$ がある. 点 B, D の座標を求めよ.

IV. ある工場では廃水をフィルターで濾過^{ろか}して排出している．新品のフィルターを装着して処理を始めると a 分後の処理能力は毎分 $60 - a$ キロリットルになる．ただし 60 分以降の処理能力は 0 とする．次の問 (i), (ii) に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) フィルターを交換せずに使い続けたとき，新品のフィルターを装着してから a 分後までに処理できる廃水は何キロリットルか．

(ii) 新品のフィルターを装着した状態から始めて a 分間処理し，1 分間停止してフィルターを交換する．この $a + 1$ 分間の平均処理量を $f(a)$ キロリットル / 分とするとき， $f(a)$ の最大値を求めよ．