

I. 次の空欄イ～チにあてはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 整式  $x^3 + ax^2 + x + b$  が、 $x^2 - 3x + 2$  で割り切れるとき、 $a = \boxed{\text{イ}}$  ,  
 $b = \boxed{\text{ロ}}$  である。

(ii) 放射性物質がある。この物質の量は崩壊により1日後には0.8倍になる。この物質の量が最初の1%以下になるのは  $\boxed{\text{ハ}}$  日後である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

(iii) 直角三角形 ABC において、 $\angle A = 90^\circ$  のとき  $(\cos B + i \sin B)(\cos C + i \sin C)$  の値は  $\boxed{\text{ニ}}$  である。ここで、 $i$  は虚数単位である。

(iv) 三角形 ABC において、辺 AB の中点が  $(1, 2)$ 、辺 BC の中点が  $(-1, 2)$ 、辺 CA の中点が  $(3, 1)$  であるとき、頂点 A の座標は  $\boxed{\text{ホ}}$  である。

(v) 連立不等式  $x^2 - y^2 - 2x + 1 \leq 0$  ,  $y \leq 0$  で定義される領域に、  
円  $x^2 + y^2 - 2x - 2ay + a^2 = 0$  が含まれるとき、実数  $a$  の範囲は  $\boxed{\text{ヘ}}$  である。

(vi) ある点から直線  $x + y - 1 = 0$  への距離と直線  $x - y - 2 = 0$  への距離の比が2:1である。このような点を作る軌跡の方程式は、 $\boxed{\text{ト}}$  と  $\boxed{\text{チ}}$  である。

II. 中心が  $O$  である円周上に等間隔に 12 個の点があり、そのうちの 1 点を  $A$  とする。サイコロをふるごとに、点  $P$  は出た目の数だけ円周上の点を時計回りに進むものとする。サイコロを 2 回続けてふるとき、点  $A$  から出発した点  $P$  が到達する点を  $B$  とする。次の問(i)~(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 点  $A, O, B$  が三角形の頂点になる確率を求めよ。

(ii) 点  $A, O, B$  が直角三角形の頂点になる確率を求めよ。

(iii) 点  $A, O, B$  が鈍角三角形の頂点になる確率を求めよ。

Ⅲ. 次のように、初項 1、公比 2 の等比数列を、順に第 1 群は 1 個、第 2 群は 3 個、…、第  $n$  群は  $2n-1$  個、…で構成される群に分ける.

$$(1), (2, 2^2, 2^3), (2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8), \dots$$

次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (i) 第  $n$  群に属する最後の数を求めよ.
- (ii) 第  $n$  群に属する数の和  $S_n$  を求めよ.
- (iii)  $S_n \geq 2^{121}$  となる最小の  $n$  を求めよ.

IV. 軸が  $y$  軸に平行で、2点  $A(0, -1)$ ,  $B(2, -1)$  を通り、直線  $l: y + 4x + 2 = 0$  に接する2つの放物線について、次の問(i)~(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 2つの放物線の方程式を求めよ。

(ii) 2つの放物線のグラフを描け。ただし、軸および  $l$  との接点を明記すること。

(iii) 2つの放物線で囲まれる図形の面積を求めよ。