

I. 次の空欄イ～へにあてはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 初項から第 10 項までの和が 100 で、初項から第 20 項までの和が 350 であるような等差数列の初項は で、公差は である。

(ii) xy 平面の $x^2 + y^2 \geq 1$ をみたす領域内で点 $(-2, 0)$ から点 $(2, 0)$ へ進む最短の道の長さは である。

(iii) 2つの放物線 $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y = -x^2 + ax + b \cdots \textcircled{2}$ が異なる 2つの交点を持つための必要十分条件を a と b の式で表せば である。その 2つの交点の x 座標の差が 1 であるとき、 $\textcircled{2}$ の頂点を (p, q) として q を p の式で表せば $q =$ である。

(iv) A町の人口は近年減少傾向にある。現在のこの町の人口は前年同時期の人口と比べて 4%減少したという。毎年この比率と同じ比率で減少すると仮定した場合、はじめて人口が現在の半分以下になるのは 年後である。答は整数で求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

Ⅱ. 袋の中に赤玉 5 個と白玉 5 個が入っている. ここから玉を 1 個ずつ取り出す. ただし取り出した玉は袋に戻さないものとする. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 1 個目から 3 個目まですべて赤玉である確率を求めよ.

(ii) 10 個全部を取り出すとき, 赤白赤白赤白赤白赤白の順になる確率を求めよ.

(iii) 袋に玉が全部入っている状態から玉を次々に取り出して行き, 白い玉が出たら終了とする. このとき取り出す赤玉の個数の期待値を求めよ.

Ⅲ. 次の問(i), (ii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $\tan \alpha = -\sqrt{2}$ のとき, $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$ の値を求めよ.

(ii) (i)で求めた値を A とするとき, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $\sin 2\theta - \cos 2\theta = A$ となる θ について $\tan \theta$ を求めよ.

IV. 点Pは曲線 $y = -x^3 + 3x + 2$ ($x \geq 0, y \geq 0$) の上を動くものとする. この曲線と y 軸との交点をA, x 軸の $x \geq 0$ の部分との交点をBとする. 次の問(i), (ii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点Pの x 座標を α とするとき, $\triangle APB$ の面積を α を用いて表せ.

(ii) $\triangle APB$ の面積が最大となるときの点Pの x 座標と, そのときの $\triangle APB$ の面積を求めよ.