

I. 次の空欄イ～トにあてはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) x^{2002} を $x^4 - 1$ で割った余りは である。

(ii) $x^2 + kx + 1 = 0$ の解を α, β とする。 $\alpha^2 + \beta^2 = \alpha\beta$ がなりたつような正数 k の値は である。

(iii) 方程式 $8^{\log_2 x} = x^2 + 4$ の解は $x =$ である。

(iv) 複素数 z が $|z - \bar{z}| = 2|z - 2i|$ をみたしながら動くとき、 $|z|$ の最小値は である。ただし、 $\bar{z}$ は z の共役複素数、 i は虚数単位を表す。

(v) 2つのベクトル $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (x, -1, -2)$ を考える。 $\vec{a} + k\vec{b}$, $\vec{b} + k\vec{a}$ が共に $\vec{a}$ と直交するような正数 k の値は である。

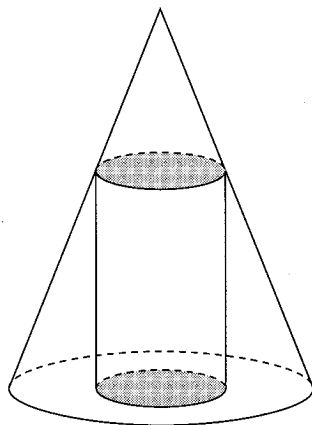
(vi) 積分 $\int_{-1}^2 (|x^2 - 1| - 1) dx$ の値は である。

(vii) サイコロを2回投げて1回目の目を a , 2回目の目を b とする。このとき、2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が整数解を持つ確率は である。

Ⅱ. 底面の直径が6，高さが12の円錐に図のように底面を共有して内接する円柱を考える.
次の問(i)，(ii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) この円柱の底面の半径を r とするとき，円柱の高さを r で表せ.

(ii) この円柱の体積の最大値を求めよ.



Ⅲ. 平面上に定点 A , B が与えられ, $AB = 1$ をみたしている. 点 P は $AP = 2$ をみたしながら動いている. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $\triangle ABP$ の面積が最大になるときの $\angle A$ を求めよ. (答のみ記せ)

(ii) $\angle APB$ が最大になるときの $\angle A$ を求めよ.

(iii) (i) と (ii) の各場合にできる三角形が重なりあうとき, 重なりあってできる三角形の外接円の半径を求めよ.

Ⅳ. 数列 $\{a_k\}$ は、次の条件をみたしているものとする.

$$a_0 = 1, a_k = pa_{k+1} + qa_{k-1} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、 $p + q = 1$, $p \neq 0$ であり、さらにある自然数 N に対し、 $a_N = 0$ をみたしているとする. このとき、次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $b_k = a_{k+1} - a_k$, $x = \frac{q}{p}$ とする. b_k を a_1 と x と k の式で表せ.

(ii) $p \neq q$ のとき、 a_k を x と N と k の式で表せ.

(iii) $p = q$ のとき、 a_k を N と k の式で表せ.