

I. 次の空欄イ～チにあてはまる数，式または座標値を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) $a = 1 + \sqrt{2}$ のとき， $\frac{a^5 + 1}{a^3 + 1} = p + q\sqrt{2}$ となる有理数 p, q は $p = \boxed{\text{イ}}$ ， $q = \boxed{\text{ロ}}$ である．

(ii) 方程式 $z\bar{z} + \bar{\beta}z + \beta\bar{z} + 1 = 0$ は， β が $\boxed{\text{ハ}}$ という条件を満たすとき，円を表す．ただし， $\bar{z}, \bar{\beta}$ は，それぞれ z, β の共役複素数である．

(iii) 甲列車はA駅からD駅へ向けて，乙列車はD駅からA駅へ向けて，表の通りのダイヤで運行している．甲乙両列車がすれ違う場所は，B駅とC駅の間で，A駅から $\boxed{\text{ニ}}$ km の地点であり，その時刻は9時 $\boxed{\text{ホ}}$ 分である．ただし，計算結果は小数点以下を四捨五入すること．また，AB 間は4 km，BC 間は6 km，CD 間は5 kmである．

	A 駅	B 駅	C 駅	D 駅
甲列車	9時00分発	9時05分着 → 9時06分発	9時13分着 → 9時14分発	9時21分着
乙列車	9時20分着	← 9時05分発		

(iv) サイコロを投げて，偶数の目が出ると右へその目の数だけ進み，奇数の目が出ると左へその目の数だけ進むものとする．サイコロを3回投げたとき，最初の位置に戻っている確率は $\boxed{\text{ヘ}}$ である．

(v) 3点A(1, 0, 0)，B(1, 2, 0)，C(0, 1, 1)がある．点Bと点Cを通る直線上の点をDとする．このとき，△OADの面積が最小となるDの座標は $\boxed{\text{ト}}$ であり，その最小面積は $\boxed{\text{チ}}$ である．ただし，Oは原点を表す．

Ⅱ. 正 n 角形の頂点のうち 3 つを頂点とする三角形を考える. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ.
解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $n = 6$ のとき, 三角形の個数を求めよ.

(ii) (i) のなかで, 正六角形の辺と三角形の辺を共有しないものはいくつあるか.

(iii) 正 n 角形の辺と三角形の辺を共有しないものはいくつあるか.

Ⅲ. 100 円玉を n 枚 ($n \geq 3$) 投げて 3 枚以上表が出れば, 400 円賞金がもらえ, そうでない場合は, 投げた 100 円玉すべてが没収されるとする. 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 100 円玉を 4 枚投げたとき, 400 円の賞金がもらえる確率を求めよ.

(ii) 100 円玉を 4 枚投げたときの利益の期待値を求めよ.

(iii) 利益の期待値が正になる最小の n を求めよ.

IV. 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 $x = a$ ($a > 0$ とする) の交点を A, x 軸と直線 $x = a$ の交点を B とする. また, A で放物線の接線を引き, 接線と x 軸との交点を C とする. さらに, A を通る直線 ℓ を引き, その直線 ℓ と放物線との新たな交点を D とする. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $\angle CAB = \angle DAC$ となる直線 ℓ の方程式を求めよ.

(ii) (i) で求めた直線 ℓ と放物線で囲まれた図形の面積 S_1 を求めよ.

(iii) D から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を E とする. x 軸, 放物線および AB, DE で囲まれた図形の面積 S_2 が (ii) の S_1 と等しくなるときの a の値を求めよ.