

I. 下記の空欄イ～ホにあてはまる数を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$ のとき,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \boxed{\text{イ}}$$

である.

$$(2) \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^{100} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

とするととき, $a = \boxed{\text{ロ}}$ である.

(3) 複素数 z が

$$\begin{cases} \arg z = \frac{\pi}{4} \\ \left| \frac{z+i}{1+2i} \right| = 1 \end{cases}$$

をみたすならば, $z = \boxed{\text{ハ}}$ である.

(4) $a_n = \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$ とおくとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{na_n} = \boxed{\text{ニ}}$$

である. ただし e は自然対数の底である.

(5) 男子3人, 女子5人が1列に並ぶとき, 男子どうしが隣り合わないような並び方は全部で $\boxed{\text{ホ}}$ 通りである.

Ⅱ. θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき、点 $P(\cos \theta, \cos 2\theta)$, $Q(\cos \theta, \cos 4\theta)$ が描く xy 平面の曲線を、それぞれ、 A , B とする.

(i) A および B の方程式を求め、そのグラフの概形を解答用紙の所定の図に記入せよ.

(ii) A と B で囲まれた部分の面積を求めよ.

Ⅲ. 空間に, 2 点 $A(2, 0, 1)$, $B(0, 2, 3)$ をとり, 線分 AB の中点を M とする.

(i) 点 P は xy 平面上を動くとする. 線分 MP と線分 AB が直交するような点 P の集合 S は xy 平面の直線である. その直線の方程式を求めよ.

(ii) P が S の点を動くとき, 線分 MP の長さの最小値を求めよ.

(iii) P , Q を S の異なる 2 点とすると, 四面体 $ABPQ$ の体積を, 線分 PQ の長さ ℓ を用いて表せ.

Ⅳ. 放物線 $y = x^2$ 上の 2 点 $P(a, a^2)$, $Q(b, b^2)$ に対して, 線分 PQ の中点 M の座標を (X, Y) とおく.

(i) $a + b$ および ab を, X と Y の式で表せ.

(ii) 線分 PQ の長さが一定値 2 をとるようにして P, Q を動かす. このとき, Y を X の式で表せ.

(iii) (ii) の条件の下で P, Q を動かすとき, Y の最小値を求めよ.