I

イ．$(x-1)^2+(y-2)^2=18$

ロ．10　　ハ．20

ニ．$\sqrt{29}$　　ホ．-5

ヘ．$1-3i$　　ト．$\frac{3}{16}$

II

$a_1=1$, $a_2=2$, $3=3\times1$, $a_3=4$

$a_4=5$, $6=3\times2$, $a_5=7$, $a_6=8$

$9=3\times3$

(i) $a_{2m}=3m-1$

(ii) (i)より

$a_{2m-1}=3m-2$

∴ S_nは$n=2m$のとき

$(1+2)+(4+5)+\cdots+(3m-2+3m-1)$

$=3+9+\cdots+(6m-3)$

$=\frac{1}{2}\times m\times(3+6m-3)=3m^2=\frac{3n^2}{4}$

$n=2m-1$のとき

$(1+2)+\cdots+(6m-9)+3m-1$

$=\frac{1}{2}\times(3+6m-9)\times(m-1)+3m-2$

$=3(m-1)^2+3m-2$

$=3\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+3\cdot\frac{n+1}{2}-2$

$=\frac{3n^2-6+3+6n+6-8}{4}$

$=\frac{3n^2+1}{4}$

(答) n：偶数　$S_n=\frac{3n^2}{4}$

n：奇数　$\frac{3n^2+1}{4}$

(iii) n：奇数のとき

$\frac{3n^2+1}{4}\geqq600$

$3n^2\geqq2399$

$n^2\geqq799.\cdots$

$n\geqq28.\cdots$　$\begin{pmatrix}28^2=784\\29^2=841\end{pmatrix}$

$n=29$

n：偶数のとき

$\frac{3n^2}{4}\geqq600$

$n^2\geqq800$

$n\geqq28\cdots n=30$

よって$n=29$ … (答)

III

(i) 共通接線の接点を

$(t,\ -t^2)$, $(s,\ s^2-2as+a^2)$とおくと

$C_1: y'=-2x$

$C_2: y'=2x-2a$より

この点での接線は各々

$y=-2t(x-t)-t^2=-2tx+t^2$

$y=(2s-2a)(x-s)+s^2-2as+a^2$

$=2(s-a)x-s^2+a^2$

この2つが一致するので

$-2t=2(s-a)$

$t^2=-s^2+a^2$

$s=a-t$

∴ $t^2+(a-t^2)-a^2=0$

$2t^2-2at=0$

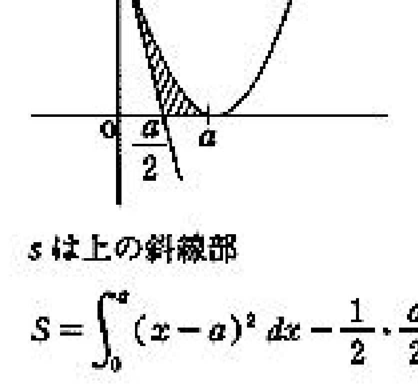
$2t(t-a)=0$

$t=0,\ a$

(このとき$s=a,\ 0$)

共通接線は　$y=0$, $y=-2ax+a^2$

(ii) l_1とl_2の交点は $x=\frac{a}{2}$



sは上の斜線部

$S=\int_0^a(x-a)^2\,dx-\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot a^2$

$=\left[\frac{1}{3}(x-a)^3\right]_0^a-\frac{a^3}{4}=\frac{a^3}{3}-\frac{a^3}{4}=\frac{a^3}{12}$ … (答)

(iii) $\frac{a^3}{12}=18$

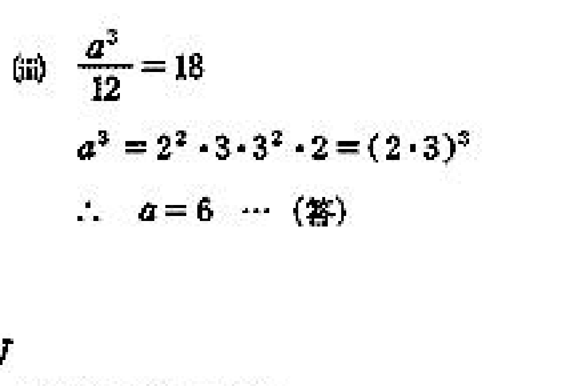
$a^3=2^2\cdot3\cdot3^2\cdot2=(2\cdot3)^3$

∴ $a=6$ … (答)

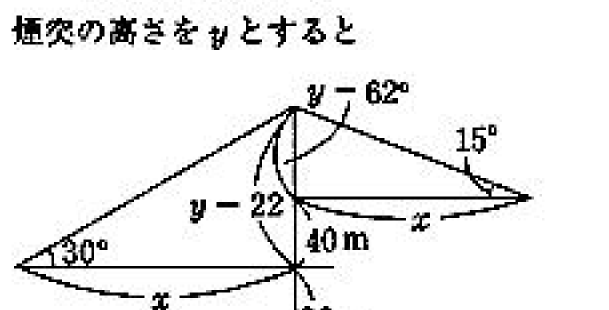
IV

ビルと煙突の距離をx,

煙突の高さをyとすると



$\frac{y-22}{x}=\tan30°$,　$\frac{y-62}{x}=\tan15°$



上図より

$\tan15°=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

よって

$y-22=\frac{1}{\sqrt{3}}x\cdots$①,

$y-62=(2-\sqrt{3})x\cdots$②

①, ②より

$40=\left(\frac{4}{\sqrt{3}}-2\right)x=\frac{2(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}x$

∴ $x=\frac{20\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=20\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$

$=40\sqrt{3}+60$

$\fallingdotseq40\times1.732+60\fallingdotseq129.3$

$y=22+\frac{1}{\sqrt{3}}x=22+20(2+\sqrt{3})$

$=62+20\sqrt{3}$

$=62+20\times1.732=96.6$

以上より

(i) 96.6 m

(ii) 129.3 m