I

イ. $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$　　ロ. 1　　ハ. 0

ニ. $-\dfrac{12}{5}x+2$　　ホ. $-\dfrac{3}{4}$

ヘ. $1+2i$

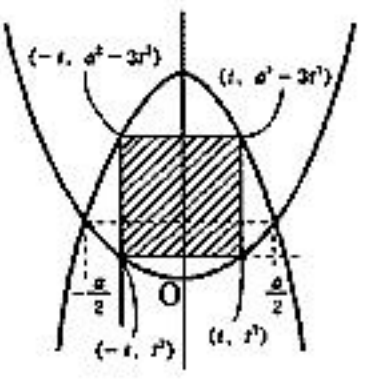
II

(i) $x^2=a^2-3x^2$, $x^2=\dfrac{a^2}{4}$,

$x=\pm\dfrac{a}{2}$, $y=\dfrac{a^2}{4}$

交点は $\left(\pm\dfrac{a}{2},\ \dfrac{a^2}{4}\right)$

(ii)



上のように座標をとると

長方形の面積は

$2t(a^2-4t^2)=2a^2t-8t^3=f(t)$ とおくと

$f'(t)=2a^2-24t^2$

t	0	…	$\frac{a}{2\sqrt{3}}$	…	$\frac{a}{2}$
$f'(t)$	／	+	0	−	／
$f(t)$	／	↗	極大	↘	／

$$\mathrm{M}=f\left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)=2a^2\cdot\frac{a}{2\sqrt{3}}-8\cdot\frac{a^3}{12\cdot2\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2a^3}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3 \quad \cdots \text{(答)}$$

(iii) $S=\displaystyle\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}(a^2-4x^2)dx=\frac{4}{6}a^3$

$\therefore\ \dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{S}}=\dfrac{6}{4}\times\dfrac{2\sqrt{3}}{9}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ … (答)

III

(i) $L_n=1+2+2^2+\cdots$

$+2^{n-1}=\dfrac{2^n-1}{2-1}=2^n-1$ (cm) (答)

(ii) n 秒後に 2^n-1 cm 進む。このとき A にあるとすると 1 周 60 cm なので

$2^n-1=60$ の倍数

しかし，左辺は奇数，右辺は偶数

よってこのような等式は成立しない。

よって A にあることはない

(iii) $2^n-1>60\cdot100000$

$\therefore\ 2^n>6000001>6000000$

$n>\dfrac{\log 6000000}{\log 2}=\dfrac{\log 2+\log 3+6}{\log 2}$

$=1+\dfrac{6.4771}{0.3010}\fallingdotseq 22.5$

$n\geqq 23$

($2^{23}-1^2=8\cdot1024\cdot1024-1>6000000$ は明らか)

よって $n=23$ … 答

IV

(i) 条件より 1 点 6 枚，2 点 4 枚，3 点 2 枚

(ii) 1 と 2 又は 2 と 2

1 と 2 をひくのは

$\dfrac{{}_6C_1\times{}_4C_1}{{}_{12}C_2}=\dfrac{6\times4}{6\times11}=\dfrac{4}{11}$

2 と 2 は

$\dfrac{{}_4C_2}{{}_{12}C_2}=\dfrac{6}{6\times11}=\dfrac{1}{11}$

合計 $\dfrac{5}{11}$ … (答)

(iii) 1 点　1 と 1　$\dfrac{{}_6C_2}{{}_{12}C_2}=\dfrac{3\cdot5}{6\cdot11}=\dfrac{5}{22}$

3 点　1 と 3　$\dfrac{6\times2}{{}_{12}C_2}=\dfrac{2}{11}$

2 と 3　$\dfrac{4\times2}{{}_{12}C_2}=\dfrac{4\cdot2}{6\cdot11}=\dfrac{4}{33}$

3 と 3　$\dfrac{{}_2C_2}{{}_{12}C_2}=\dfrac{1}{66}$

期待値は

$1\times\dfrac{5}{22}+2\times\dfrac{5}{11}+3\times\dfrac{12+8+1}{66}$

$=\dfrac{5+20+21}{22}=\dfrac{23}{11}$ (点) … (答)