

I. 次の空欄イ～ホに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i)  $x$  に関する方程式  $\log_2 x - \frac{3}{2} \log_8 (x + a) = 2$  が実数解を持つための、実数  $a$  の範囲は イ である。

(ii)  $\alpha, \beta$  が条件  $\cos \alpha + 2 \cos \beta = 1$  をみたすとき、 $\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$  の最大値は ロ である。ただし  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ,  $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$  とする。

(iii) 2桁の自然数のうち、3または7で割り切れる数の和は ハ であり、3でも7でも割り切れない数の和は ニ である。

(iv) A組5人、B組4人、C組3人の中からリレーメンバーを選ぶとき、各組から2人ずつ6人のメンバーを選ぶ方法は ホ 通りある。

Ⅱ.  $xy$  平面上の放物線  $y = \frac{x^2}{2}$  を  $C_1$  とする. また, 点  $(0, 5)$  を中心として  $C_1$  に 2 点で接する円を  $C_2$  とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 円  $C_2$  の半径  $r$  を求めよ.

(ii) 放物線  $C_1$  と円  $C_2$  の 2 つの接点の座標を求めよ.

(iii) (ii) で求めた 2 つの接点を  $A, B$  とするとき, 線分  $AB$  および放物線  $C_1$  によって囲まれる領域の面積を求めよ.

Ⅲ. 平面上のベクトル  $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2)$  に対して, 実数  $\vec{a} * \vec{b}$  を  $\vec{a} * \vec{b} = a_1 b_2 - a_2 b_1$  で定義するとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i)  $\vec{a} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{a} * \vec{b} = 0$  ならば, ベクトル  $\vec{b}$  は, ある実数  $x$  があって  $\vec{b} = x\vec{a}$  と表されることを示せ.

(ii)  $\vec{0}$  でない2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  のなす角度を  $\theta$  とするとき,  
 $|\vec{a} * \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$  が成立することを示せ.

(iii)  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{5}$  のとき,  $|\vec{a} * \vec{b}|$  の値を求めよ.

IV. ある雑誌は単価が 400 円（これを設定 A とする）のとき 1 ヶ月の売上げ部数が 10,000 部、単価が 600 円（これを設定 B とする）のとき 1 ヶ月の売上げ部数が 8,000 部であることがわかった。このとき、次の問 (i), (ii) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 月毎<sup>つきごと</sup>の売上げ部数が単価の増加分に比例して減少すると仮定したとき、単価をいくりに設定すると売上高（単価×売上げ部数）が最大となるか。そのときの売上げ部数も求めよ。

(ii) (i) で求めた単価の設定を設定 C とする。雑誌の単価を変えないにもかかわらず、翌月から設定 A では売上げ部数が毎月 4 % ずつ、設定 B では売上げ部数が毎月 2 % ずつ増えたとし、設定 C の売上げ部数は変わらないとする。設定 A の 1 ヶ月の売上高が設定 C の売上高を超えるのは何ヶ月後か。また、その月に最大の売上高を示すのは設定 A, B, C のどれか。ただし  $|\alpha| \leq 0.05$  のとき、 $(1 + \alpha)^n = 1 + n\alpha$  が成立するものとする。