

I. 次の空欄イ～ホにあてはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) ある山のケーブルカーの軌道は水平面と 22° の傾きになっている。このケーブルカーの麓^{ふもと}の駅 A と山頂駅 B との直線距離が 500 m であるとき、山頂駅 B の地点は麓の駅 A の地点よりも m 高い。ただし $\sin 22^\circ = 0.3746$ とし、答えは小数点第 1 位を四捨五入せよ。

(ii) $\log_{\cos 60^\circ} \sin 45^\circ$ の値は である。

(iii) 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$, $|2\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b}|$ を満たすとき、 $|\vec{b} - \vec{a}| =$ である。

(iv) 縦の長さ、横の長さ、高さの合計が 9 cm で、縦の長さ、横の長さの比が 1 : 2 であるような直方体の体積の最大値は cm^3 である。

(v) 数列 a_n が漸化式 $a_{n+1} = a_n + 12a_{n-1}$ ($n \geq 2$)、および、 $a_1 = 3$, $a_2 = 10$ を満たすとき、 a_n を n の式で表すと、 となる。

Ⅱ. 方程式 $y = |x^2 + 2x - 3|$ で表される曲線を C とするとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 曲線 C の概形を描け.

(ii) 曲線 C の x 座標が -2 である点 P における接線の方程式を求めよ.

(iii) $x \leq 0$ の領域で, (ii) で求めた接線と曲線 C , ならびに y 軸で囲まれる部分の面積を求めよ.

Ⅲ. xy 平面上で点 O の座標を $(0, 0)$, 点 A の座標を $(3, 0)$ とする. 線分 PO の長さと線分 PA の長さの比が $2:1$ となるように点 P が動くとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点 P の軌跡を求めよ.

(ii) 点 P の軌跡が直線 $y = mx$ と交点をもつとき, m のとりうる値の範囲を求めよ.

(iii) (ii)において m が最大となるときの直線 $y = mx$, m が最小となるときの直線 $y = mx$, および, (i)で求めた点 P の軌跡によって囲まれる部分の面積を求めよ.

IV. xy 平面上に駒^{こま}を置き、2枚の硬貨を同時に投げて、2枚とも表なら駒を x 軸に平行に正の方向に1だけ進め、2枚とも裏なら y 軸に平行に正の方向に1だけ進め、その他の場合は駒を動かさないとする。最初に駒を原点に置き、このルールで3回硬貨投げを行なう。3回目に座標 (m, n) が $m + n = k$ をみたす点に到達する事象を A_k で表わす。ただし、2枚の硬貨の表と裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ であるとする。次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 座標が $(1, 1)$ である点に到達する確率を求めよ。

(ii) 事象 A_3 の起こる確率 $P(A_3)$ を求めよ。

(iii) 事象 A_k が起これば、賞金 $(-10)^{k+1}$ 円がもらえるとする（負の賞金は支払いを意味する）。このときの期待値を求めよ。ただし、小数部分は切り捨てて答えよ。