

(i) x^4 の項は, ${}_5C_4(3x)^4 \cdot 1 = 405x^4$, x^4 の係数は 405_(イ)

(ii) $a + d + g + f = 30 \quad \cdots \textcircled{1}$

$$b + d + e + g = 27 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$c + f + e + g = 33 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$d + g = 10 \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$e + g = 18 \quad \cdots \textcircled{5} \quad f + g = 15 \quad \cdots \textcircled{6}$$

$$a + b + c + d + e + f + g = 50 \quad \cdots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{4} \text{より } a + f = 20 \quad \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{5} \text{より } b + d = 9 \quad \cdots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{6} \text{より } c + e = 18 \quad \cdots \textcircled{10}$$

$\textcircled{8}, \textcircled{9}, \textcircled{10}$ を $\textcircled{7}$ に代入すると $g = 3$, $\textcircled{6}$ より $f = 12$, $\textcircled{8}$ より $a = 8$

数学に合格したが, 英語と国語は不合格であった者は 8人_(ロ)

(iii) 与式 $\Leftrightarrow (1 - 2\log_2 x)(6 - \log_2 x) < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} < \log_2 x < 6 \Leftrightarrow 2^{\frac{1}{2}} < x < 2^6$$

$$\therefore \underline{\sqrt{2} < x < 64}$$
_(ハ)

(iv) $z^6 = 1$ より $|1 - z^4| = |1 - (z^6)^2 \cdot z^2| = |z^2 - 1|$, $(z^2)^3 = 1$ より z^2 は

$$1, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, \cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$$

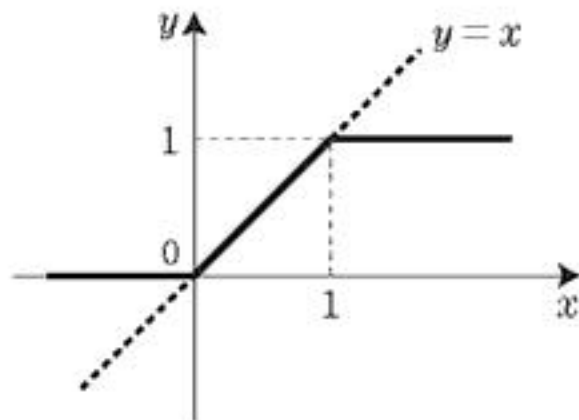
この中で 1 との距離の最大のものは $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ で, 最大値は

$$\left| -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i - 1 \right|^2 = \left(-\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 3$$

より $\sqrt{3}$ _(ニ)

II

$y=f(x)$ のグラフは右図



$$\cdot x \leq -\frac{1}{2} \text{ のとき, } g(x) = 0$$

$$\cdot -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ のとき,}$$

$$g(x) = \int_0^{x+\frac{1}{2}} t \, dt = \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \right)^2$$

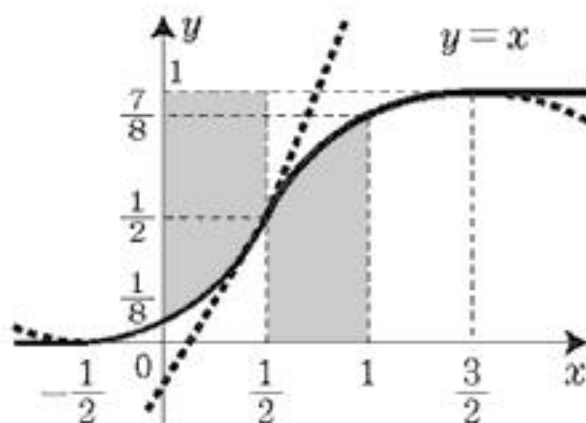
$$\cdot \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \text{ のとき,}$$

$$g(x) = \int_{x-\frac{1}{2}}^1 t \, dt + \left(x + \frac{1}{2} - 1 \right) \cdot 1 = \left[\frac{t^2}{2} \right]_{x-\frac{1}{2}}^1 + x - \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8} = -\frac{1}{2} \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + 1$$

$$\cdot \frac{3}{2} \leq x \text{ のとき, } g(x) = 1$$

以上より $y=g(x)$ のグラフは右図



(i) グラフより

$$g(x) = 0 \iff x \leq -\frac{1}{2}$$

(ii) グラフより

$$g(x) = 1 \iff x \geq \frac{3}{2}$$

(iii) $I = \int_0^1 g(x) \, dx$ は $y=g(x)$, $x=0$, $x=1$, x 軸で囲まれた部分

の面積だが、右上図の  と  の面積は等しいから、

I は横 $\frac{1}{2}$, たて 1 の長方形の面積に等しく $I = \frac{1}{2}$

Ⅲ

$$(i) \quad t = \sin\theta + \cos\theta, \quad t^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 1 + \sin 2\theta$$

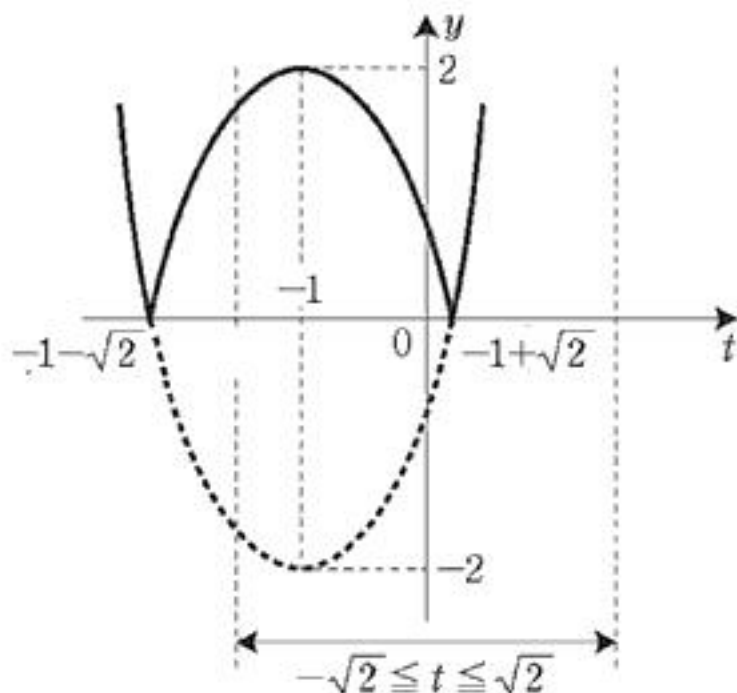
$$y = |\sin 2\theta + 2\sin\theta + 2\cos\theta| = |t^2 - 1 + 2t|$$

$$(ii) \quad t = \sqrt{2} \sin(\theta + 45^\circ), \quad 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \text{ より,}$$

$$-1 \leq \sin(\theta + 45^\circ) \leq 1 \quad \therefore \quad -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$

$$(iii) \quad y = 0 \text{ とすると, } t^2 + 2t - 1 = 0 \text{ より } t = -1 \pm \sqrt{2}$$

$$y = |t^2 + 2t - 1| = |(t+1)^2 - 2| \text{ のグラフは下図}$$



$-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$ において, グラフより

$$t = \sqrt{2} \text{ のとき最大値 } 2\sqrt{2} + 1$$

$$t = -1 + \sqrt{2} \text{ のとき最小値 } 0$$

IV

$$(i) \quad x \text{ について, } 12 - 2x > 0 \quad \text{かつ} \quad 0 < \pi x < 24$$

$$\therefore x < 6 \qquad 0 < x < \frac{24}{\pi}$$

$$\therefore 0 < x < 6$$

$$f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \pi \times (12 - 2x) = \frac{\pi}{2} x^2 (6 - x) \quad (0 < x < 6)$$

$$(ii) \quad f'(x) = \pi x \cdot (6 - x) + \frac{\pi}{2} x^2 \cdot (-1)$$

$$= -\frac{3\pi}{2} x^2 + 6\pi x = -\frac{3\pi}{2} x(x - 4)$$

よって, $f(x)$ に関する増減表は右

$$f(4) = \frac{\pi}{2} \cdot 4^2 \cdot 2 = 16\pi$$

x	0		4		6
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	16π	↘	

よって, 直円柱は $x=4$ のとき最大値 16π をとる。