

2004年度

## E 数 学 問 題

### 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。  
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IVとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄イ～ニに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i)  $(3x + 1)^5$  の展開式における  $x^4$  の係数は イ である。

(ii) 50 人の生徒に対して、数学、英語、国語のテストを行った。60 点以上を合格としたところ、数学の合格者は 30 人、英語の合格者は 27 人、国語の合格者は 33 人であり、数学と英語の両方に合格した者は 10 人、英語と国語の両方に合格した者は 18 人、国語と数学の両方に合格した者は 15 人であった。このとき、数学には合格したが、英語と国語は不合格であった者は ロ 人である。ただし、三科目とも不合格であった者はいないものとする。

(iii)  $(1 - \log_2 x^2)(3 - \log_4 x) < 0$  を満たす  $x$  の範囲は ハ である。

(iv) 複素数  $z$  は等式  $z^6 = 1$  を満たしている。このとき  $|1 - z^{14}|$  の最大値は ニ である。

Ⅱ. 関数  $f(x)$  は

$$x \leq 0 \text{ のとき } f(x) = 0$$

$$0 < x \leq 1 \text{ のとき } f(x) = x$$

$$x > 1 \text{ のとき } f(x) = 1$$

で与えられている. このとき実数  $x$  に対して, 関数  $g(x)$  を

$$g(x) = \int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} f(t) dt$$

で定める. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i)  $g(x) = 0$  を満たす  $x$  の範囲を求めよ.

(ii)  $g(x) = 1$  を満たす  $x$  の範囲を求めよ.

(iii) 定積分  $\int_0^1 g(x) dx$  の値を求めよ.

Ⅲ. 関数  $y = |\sin 2\theta + 2\sin \theta + 2\cos \theta|$  ( $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ) を考える. このとき, 次の問 (i)～(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i)  $t = \sin \theta + \cos \theta$  とおいて,  $y$  を  $t$  の式で表せ.

(ii)  $t$  の値のとりうる範囲を求めよ.

(iii)  $y$  の最大値, 最小値, および, そのときのそれぞれの  $t$  の値を求めよ.

IV. 下図の縦 24 cm, 横 12 cm の長方形の紙 ABCD から, 斜線部分を切り取った残りは直円柱の展開図である. その底面の円の直径を  $x$  cm とする. ただし, 下図で EFGH は長方形で, 点 F と点 G は辺 BC 上にあり, 2 つの円はそれぞれ辺 AB, 辺 CD に点 I, 点 J で接している. この展開図から直円柱を作るとき, 次の問 (i), (ii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 直円柱の体積を  $f(x) \text{ cm}^3$  とするとき,  $f(x)$  を求めよ.

(ii) 直円柱の体積が最大となるような直径  $x$  の値と, そのときの体積を求めよ.

