

2004年度

# I 数 学 問 題

## 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅳとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄イ～トにあてはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i)  $x$  に関する方程式  $2 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^{-x} = 1$  の解は  $x =$   である。

(ii)  $x + y = 5$ ,  $xy = 3$  のとき,  $x^2 + y^2 =$  ,  $x^3 + y^3 =$   である。

(iii) 複素数  $z_1, z_2$  が  $z_1 = 2(\cos 30^\circ + i \sin 60^\circ)$ ,  $z_2 = 3(\cos 60^\circ + i \sin 30^\circ)$  で与えられるとき,  
 $\arg(z_1 z_2) =$   $^\circ$ ,  $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) =$   $^\circ$

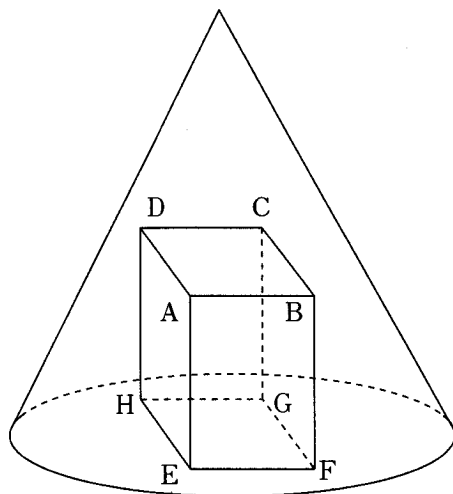
である。ただし、複素数の偏角は  $0^\circ$  以上  $360^\circ$  未満であるとする。

(iv) 6つの文字  $a, b, c, d, e, f$  を横一列に並べるとき,  $a, b, c$  の3つが隣り合う並べ方は  通りある。また,  $a, b$  が隣り合わない並べ方は  通りある。

Ⅱ. 図のような、底面の半径  $r$ 、高さ  $h$  の直円錐を考える。その内部に図のように面  $ABCD$ 、面  $EFGH$  を正方形とする直方体を考える。ここで頂点  $A, B, C, D$  は直円錐の側面上にあり、頂点  $E, F, G, H$  は直円錐の底面上にあるものとする。このとき、次の問 (i), (ii) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 直方体の高さを  $x$  とするとき、直方体の体積を  $r, h, x$  の式で表せ。

(ii) 直方体の体積を最大にするような高さ  $x$  を求めよ。また、そのときの体積を求めよ。



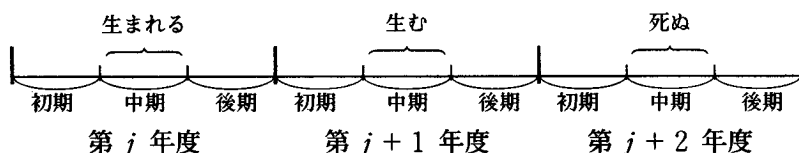
Ⅲ. 平面上に放物線  $y = x^2 + 2ax + 2$  と直線  $y = 4x - 1$  がある. 両者の交点に関し, 次の問(i), (ii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 交点が1つだけであるときの  $a$  の値を求めよ.

(ii) 交点は2つあり, 2つとも  $x$  座標が正であるような  $a$  の範囲を求めよ.

IV. ある生物の繁殖<sup>はんしよく</sup>について考察する. 1 年を順に初期, 中期, 後期にわけるとする.

第 1 年度の中期に生まれたオス 1 匹とメス 1 匹を一緒に隔離し, 以後の個体数について考える. 図のように第  $j$  年度の中期に生まれたメスは第  $j+1$  年度の中期に, オスを  $N$  匹とメスを  $N$  匹生む. 第  $j$  年度の中期に生まれた個体は第  $j+2$  年度の中期に死ぬ. このとき第  $k$  年度の初期が始まったときの個体数を  $a_k$  として次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. ただし  $j, N$  は正の整数,  $k$  は 2 以上の整数とする. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.



(i)  $N = 1$  のとき  $a_2, a_3, a_4$  を求めよ.

(ii) 任意の正の整数  $N$  に対して, 第  $k$  年度に生まれる個体数を  $b_k$  とするとき,  $b_k$  を  $N, k$  を用いて表せ.

(iii)  $k \geq 4$  とする.  $a_k$  を  $N, k$  を用いて表し, 任意の  $k$  に対して  $a_{k+1} > a_k$  となるような  $N$  の範囲を求めよ.