

I (i).

$$\begin{aligned} & \log_5 25 + \log_5 75 - \log_5 3 + \frac{\log_5 27}{\log_5 4} \\ &= 2\log_5 5 + 2\log_5 5 + \log_5 3 - \log_5 3 + \frac{3\log_5 3}{2\log_5 3} \\ &= 2 + 2 + \frac{3}{2} \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

(ii) $x^2 - 3x + 5 = 0$ の 2 解 α, β がある。解は (係数の関係より)。

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 5 \quad \text{--- ①}$$

$$\begin{aligned} \therefore \alpha^2 + \alpha^2 + \beta^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) + \alpha^2 + \beta^2 \\ &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) + (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 3(9 - 15) + 9 - 10 \\ &\quad \text{(① ①より)} \\ &= \underline{\underline{-19}} \end{aligned}$$

(iii). $P(x) = (x^2 - x - 6)Q(x) + ax + b = (x - 3)(x + 2)Q(x) + ax + b \in \mathbb{R}_3$.

$$P(-2) = 3, \quad P(3) = -1 \quad (*)$$

$$P(-2) = -2a + b = 3 \quad \text{--- ①}$$

$$P(3) = 3a - b = -1 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①, ②を解く。} \quad a = -\frac{4}{5}, \quad b = \frac{7}{5} \quad \text{したがって } \underline{\underline{-\frac{4}{5}x + \frac{7}{5}}}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv). } \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6}i &= \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \frac{1}{6} \left\{ \cos(-60^\circ) + i \sin(-60^\circ) \right\} \\ \left(\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6}i \right)^6 &= \left(\frac{1}{6} \right)^6 \left\{ \cos(-360^\circ) + i \sin(-360^\circ) \right\} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{6^6}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad \sum_{k=1}^n (2k-1)^2 &= 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \\ &= \frac{2}{3}(2n^3 + 3n^2 + n) - 2n^2 - 2n + n \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{3}(2n-1)(2n+1)}} \end{aligned}$$

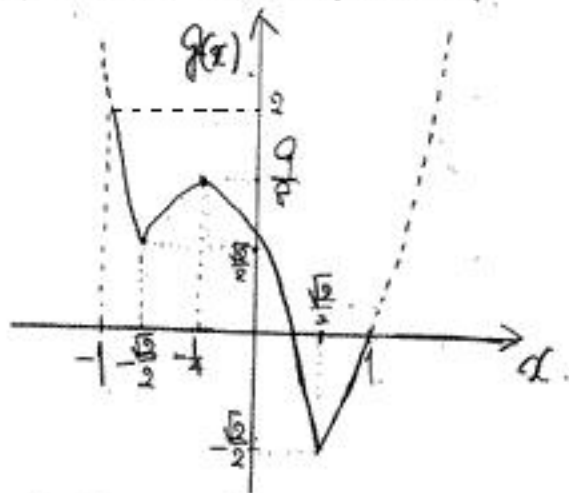
$$\text{II (i)} \quad f(\theta) = |2\cos^2\theta - 1| - \cos\theta \\ = \underbrace{|2x^2 - 1| - x}$$

$$(ii) \quad g(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 1 & (\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq 1 \text{ or } -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq -1) \\ -2x^2 - x + 1 & (-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}) \end{cases}$$

と定める。

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 = 2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{8} \\ -2x^2 - x + 1 = 2(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{8} \end{cases}$$

と平方完成できるから、 x の定域を考慮して、
グラフをかくと下図のようになる。



(iii) (ii)のグラフより $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき $f(\theta)$ は最小となる。

$x = \cos\theta$ より $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき $\theta = 45^\circ$ (① $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)
最小値は グラフより $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ となる。

$f(\theta)$ は $\theta = 45^\circ$ のとき最小値 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ をとる。

Ⅳ (i). 球がゴールに入る確率は $\frac{2}{3}$ なので

球がゴールに入らない確率は $\frac{1}{3}$

よって求める確率は

$$5C_4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{10}{243}$$

(ii) (1)のよう= 球が 0回、2回ゴールに入る確率を求めると

$$5C_0 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243}, \quad 5C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{40}{243}$$

よって求める確率は 上記と (i) より

$$1 - \left(\frac{1}{243} + \frac{10}{243} + \frac{40}{243}\right) = \frac{64}{81}$$

(iii) 球が3回以上ゴールに入り、かつ一度下も連続ゴールをする確率は

$$\frac{64}{81} - \frac{2}{243} = \frac{124}{243}$$

球が2回ゴールに入り、かつ一度下も連続してゴールする確率は

$$\frac{40}{243} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{243}$$

故に求める確率は

$$\frac{124}{243} + \frac{16}{243} = \frac{200}{243}$$

- (i) 直線 l を点 D における接線の傾きに等しい時に $\triangle ABD$ の面積は最大となる。

直線の傾き: m

点 D における接線の傾き: $2x$

より, $m = 2x$

$$\therefore x = \frac{m}{2} \dots\dots ①$$

①を $y = x^2$ に代入すると, $y = \frac{m^2}{4}$

以上より, 求める座標は $(x, y) = \left(\frac{m}{2}, \frac{m^2}{4}\right)$

- (ii) T_m は点 D を通る曲線 C の接線より,

$$y - \frac{m^2}{4} = m \left(x - \frac{m}{2} \right)$$

$$\therefore y = mx - \frac{m^2}{4} \dots\dots ②$$

$-1 \leq m \leq 1$ の範囲で考えるので,

$m = \pm 1$ とすると, ②より

$$y = x - \frac{1}{4}, y = -x - \frac{1}{4}$$

となり

これらと C より求める領域は

右図の斜線部。(ただし境界含む)

