

$$I \text{ (i) } \sqrt[3]{6} \quad 1\sqrt{3} \rightarrow \sqrt[5]{15}$$

$$(ii) \pm \frac{1}{a} \quad + 3a \quad + - \frac{1}{a}$$

$$(iii) \neq \frac{7}{5}$$

$$(iv) \nearrow 6+6\sqrt{3}i \quad \searrow \frac{3}{8}\sqrt{3} + \frac{3}{8}i$$

$$(v) \supset -\frac{8}{3} \quad + \frac{16}{3}$$

$$\text{I (i)} \quad g(a) = \int_a^a f(t) dt = 0$$

$$\text{(ii)} \quad g(x) = ax^2 + bx + c \text{ により } \begin{cases} g(1) = a + b + c = 0 \\ g(2) = 4a + 2b + c = -3 \end{cases}$$

$$\text{2式2変数} \begin{cases} b = -3(1+a) \\ c = 2a + 3 \end{cases} \quad \text{と代入する}$$

$$g(a) = a^3 + ab + c = 0 \text{ となる } a$$

$$a^3 - 3a^2 - a + 3 = (a-1)(a+1)(a-3) = 0 \text{ により}$$

$$\underline{a = -1, 1, 3}$$

$$\text{(iii)} \quad \begin{cases} g_1(x) = 3x^2 - 12x + 9 \\ g_2(x) = -x^2 + 1 \end{cases} \quad \text{より求める面積は}$$

$$\int_1^2 (-x^2 + 1) - (3x^2 - 12x + 9) dx = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Ⅱ (i) 20年間で90減るので $\frac{90}{20} = \underline{\underline{\frac{9}{2}}}$

(ii) 毎年の流出率を α とすると 20年後には

$$100(1-\alpha)^{20} = 10 \text{ であり } (1-\alpha)^{20} = 0.1 \quad \therefore 1-\alpha = (0.1)^{\frac{1}{20}}$$

よって $\underline{\alpha = 0.109}$ とよす

(iii) $n-1$ 年目から n 年目の流出量は

$$100 \times (1-\alpha)^{n-1} - 100 \times (1-\alpha)^n = 100 \times \alpha \times (1-\alpha)^{n-1}$$

これが (i) で求めた $\frac{9}{2}$ を超えればよいので

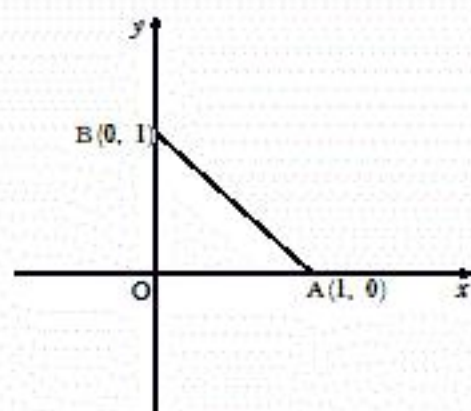
$$100 \times \alpha (1-\alpha)^{n-1} < \frac{9}{2} \text{ とよす。}$$

最小の自然数 n を求める。

辺々常用対数をとって $n > 8.66$ と得る。

よって 9年目 に流出量が逆転する。

IV



PO=PA より

PはOとAの垂直二等分線上にある.

 $P = \left(\frac{1}{2}, y\right)$ とおく.(i) $PB = kPO$ ($k \geq 0$) より, $PB^2 = k^2 PO^2$ である.

$$\frac{1}{4} + (y-1)^2 = k^2 \left(\frac{1}{4} + y^2 \right) \dots \textcircled{1} \text{ に } k=2 \text{ を代入し}$$

$$\text{このとき } y = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{12} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{6}$$

$$\text{よって, } P \text{ は } \left(\frac{1}{2}, \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{6} \right) \text{ となる.}$$

(ii) ①より y についてまとめて,

$$(1-k^2)y^2 - 2y + \frac{5-k^2}{4} = 0$$

(ア) $k \neq 1$ として, このような y が存在するためには
判別式 $D \geq 0$ より

$$k^4 - 6k^2 + 1 \leq 0$$

$$3 - 2\sqrt{2} \leq k^2 \leq 3 + 2\sqrt{2} \text{ となる.}$$

$$\therefore \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2} \text{ より}$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{2}-1 \leq k \leq 1+\sqrt{2} \quad (k \neq 1) \text{ となる.}$$

(イ) $k=1$ とすると

$$-2y+1=0 \text{ より, 実数解 } y=\frac{1}{2} \text{ が存在するので}$$

 $k=1$ は条件を満たす.

(ア), (イ) より, 求める範囲は,

$$\underline{\sqrt{2}-1 \leq k \leq \sqrt{2}+1} \quad \text{となる.}$$