

$$I(1) \quad \gamma \quad -3$$

$$(2) \quad \square \quad 3$$

$$(3) \quad \wedge \quad \frac{Q^n}{n} - \frac{1}{n^2} e^n + \frac{1}{n^2}$$

$$(4) \quad \underline{\quad} \quad 2\pi^3$$

$$(5) \quad \text{J.} \quad \frac{1}{2}(1-P) \quad , \quad \wedge \quad \frac{1}{2}(1-P)^2(P + \frac{1}{2})$$

II (I) Cは $\angle AOB$ の二等分線上の点より. t はある実数を用いて

$$\vec{c} = t(3\vec{a} + 5\vec{b})$$

とかける. さらに $\vec{OA} \perp \vec{AC}$ より

$$\vec{a} \cdot (\vec{c} - \vec{a}) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\{(3t-1)\vec{a} + 5t\vec{b}\} \cdot \vec{a} = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{3(1+\cos\theta)}$$

したがって $p=3t$, $q=5t$ より

$$(p, q) = \left(\frac{1}{1+\cos\theta}, \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{1+\cos\theta} \right) \quad \#$$

(ii) $\vec{OA} \parallel \vec{BC}$ のとき. ある実数 k を用いて $\vec{BC} = k\vec{a}$ とかけることに注意すると.

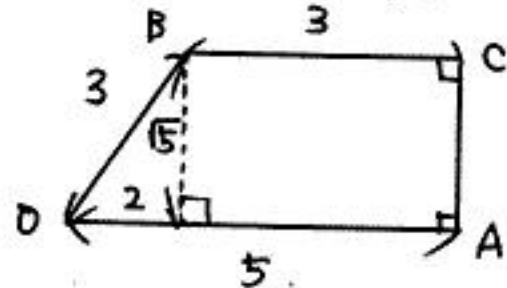
$$\vec{BC} = p\vec{a} + (q-1)\vec{b}$$

$\therefore q=1$ となればよい.

つまり

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{1+\cos\theta} = 1 \quad \therefore \cos\theta = \frac{2}{3} \quad \#$$

(iii) (ii)より $\vec{BC} = \frac{3}{5}\vec{a}$ より $|\vec{BC}| = 3$



したがって右図のようになるので
求める面積は

$$\frac{3+5}{2} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5} \quad \#$$

$$\text{III (I)} \quad f_n(x) = \frac{\log x}{x^n}$$

$$f'_n(x) = \frac{1-n \log x}{x^{n+1}}$$

$$f_n^{(2)}(x) = \frac{-2n-1 + n(n+1) \log x}{x^{n+2}}$$

$$\therefore \begin{cases} a(n, 2) = -2n-1 \\ b(n, 2) = n(n+1) \end{cases} \quad \#$$

$$(II) \quad f_n^{(k)}(x) = \frac{a(n, k) + b(n, k) \log x}{x^{n+k}}$$

ここで微分して

$$f_n^{(k+1)}(x) = \frac{-(n+k)a(n, k) + b(n, k) - (n+k)b(n, k) \log x}{x^{n+k+1}}$$

と仮定して

$$\begin{cases} a(n, k+1) = -(n+k)a(n, k) + b(n, k) \\ b(n, k+1) = -(n+k)b(n, k) \end{cases}$$

(III) (II)より

$$\begin{aligned} C(n, k+1) &= \frac{a(n, k+1)}{b(n, k+1)} \\ &= \frac{-(n+k)a(n, k) + b(n, k)}{-(n+k)b(n, k)} \\ &= C(n, k) - \frac{1}{n+k} \end{aligned} \quad \#$$

(IV) (III)より

$$C(n, n) = C(n, 0) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n+k}$$

よって $C(n, 0) = 0$ より

$$C(n, n) = - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n+k}$$

ここで

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} C(n, n) &= - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{1 + \frac{k}{n}} \\ &= - \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = -\log 2 \quad \# \end{aligned}$$