

$$I(1) \quad \vdash \quad -3$$

$$(2) \quad \square \quad 3$$

$$(3) \quad \wedge \quad \frac{Q^n}{n} - \frac{1}{n^2} e^n + \frac{1}{n^2}$$

$$(4) \quad \vdash \quad 2\pi^3$$

$$(5) \quad \vdash, \quad \frac{1}{2}(1-P) \quad , \quad \wedge \quad \frac{1}{2}(1-P)^2(P+\frac{1}{2})$$

$$\text{III (i)} \quad f_n(x) = \frac{\log x}{x^n}$$

$$f'_n(x) = \frac{1 - n \log x}{x^{n+1}}$$

$$f''_n(x) = \frac{-2n-1 + n(n+1) \log x}{x^{n+2}}$$

$$\therefore \begin{cases} a(n, 2) = -2n-1 \\ b(n, 2) = n(n+1) \end{cases}$$

$$\text{(ii)} \quad f_n^{(k)}(x) = \frac{a(n, k) + b(n, k) \log x}{x^{n+k}}$$

ここで微分して

$$f_n^{(k+1)}(x) = \frac{-(n+k)a(n, k) + b(n, k) - (n+k)b(n, k) \log x}{x^{n+k+1}}$$

と仮定して

$$\begin{cases} a(n, k+1) = -(n+k)a(n, k) + b(n, k) \\ b(n, k+1) = -(n+k)b(n, k) \end{cases}$$

(iii) (ii)より

$$\begin{aligned} C(n, k+1) &= \frac{a(n, k+1)}{b(n, k+1)} \\ &= \frac{-(n+k)a(n, k) + b(n, k)}{-(n+k)b(n, k)} \\ &= C(n, k) - \frac{1}{n+k} \end{aligned}$$

(iv) (iii)より

$$C(n, n) = C(n, 0) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n+k}$$

よって $C(n, 0) = 0$ より

$$C(n, n) = - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n+k}$$

ここで

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C(n, n) = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{1 + \frac{k}{n}}$$

$$= - \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = -\log 2$$

$$IV (i) \ 4z^2 + 1 \neq 0 \text{ であり, } z \neq \pm \frac{1}{2}i$$

$$w = \frac{z}{4z^2 + 1} \text{ であり, } 4wz^2 - z + w = 0$$

$$z = x + yi \text{ とおくと,}$$

$$4w(x^2 - y^2 + 2xyi) - (x + yi) + w = 0$$

$$w \in \mathbb{R} \text{ であるから,}$$

$$4w(x^2 - y^2) - x + w = 0 \quad \dots (1)$$

かつ

$$8xyw - y = 0 \quad \dots (2)$$

$$(2) \text{ より, } y = 0 \text{ (正成立 (実軸))}$$

$$y \neq 0 \text{ のとき, } 8xw - 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ とおくと } y = 0 \text{ となるから } x \neq 0 \text{ であるから,}$$

$$w = \frac{1}{8x}$$

$$(1) \text{ より, } \frac{1}{2x}(x^2 - y^2) - x + \frac{1}{8x} = 0 \quad (x \neq 0)$$

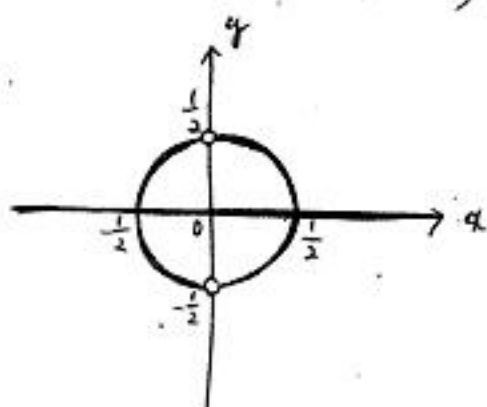
$$4(x^2 - y^2) - 8x^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \quad (x \neq 0, \pm \frac{1}{2}i \text{ を除く})$$

よって, 以上より,

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{4} & (x \neq 0) \\ y = 0 \end{cases}$$

これは図 12 の右図.



$$(ii) \ P(\sqrt{t}, -1) \text{ とおくと,}$$

$$OP = \sqrt{t+1}$$

$$\text{である。 } OP - \frac{1}{2} \leq 1 \text{ であるから}$$

$$\sqrt{t+1} \leq \frac{3}{2}$$

$$t \leq \frac{5}{4} \text{ のとき,}$$

$$f(t) = \sqrt{t+1} - \frac{1}{2}$$

$$\text{とあり, } t > \frac{5}{4} \text{ のとき}$$

$$f(t) = 1$$

$$\text{とある。}$$

よって, 以上より,

$$\begin{cases} f(t) = \sqrt{t+1} - \frac{1}{2} & (0 < t \leq \frac{5}{4}) \\ f(t) = 1 & (t > \frac{5}{4}) \end{cases}$$

これは図 12 の左図.

