

2005年度

D 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IVとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～オに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $\log_5 25 + \log_5 75 - \log_5 3 + \frac{\log_5 27}{\log_5 9}$ を簡単にすると ア である。

(ii) 2次方程式 $x^2 - 3x + 5 = 0$ の2つの解を α , β とするとき,
 $\alpha^3 + \alpha^2 + \beta^3 + \beta^2$ の値は イ である。

(iii) 整式 $P(x)$ を $x + 2$ で割った余りが3, $x - 3$ で割った余りが -1 のとき,
 $P(x)$ を $x^2 - x - 6$ で割った余りは ウ である。

(iv) $\left(\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6}i\right)^{-6}$ の値は エ である。ただし, i は虚数単位である。

(v) 数列 $1^2, 3^2, 5^2, \dots, (2n-1)^2$ の和を求めると オ である。

Ⅱ. 関数 $f(\theta) = |\cos 2\theta| - \cos \theta$ を考える. ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする.
このとき, 以下の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $x = \cos \theta$ とおき, $f(\theta)$ を x の式で表せ.

(ii) (i)で求めた式を $g(x)$ とおく. 関数 $y = g(x)$ のグラフを描け.

(iii) 関数 $f(\theta)$ の最小値を求めよ. また, そのときの θ の値を求めよ.

Ⅲ. サッカー部の A 君がシュートをするとき, 3 回のうち 2 回の割合で球がゴールに入る.
A 君が 5 回連続してシュートをするとき, 以下の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙
の所定欄に記入せよ.

(i) 球が 1 回だけゴールに入る確率を求めよ.

(ii) 球が 3 回以上ゴールに入る確率を求めよ.

(iii) 球が一度でも連続してゴールに入る確率を求めよ.

Ⅳ. xy 平面上の曲線 $y = x^2$ を C , 直線 $y = mx + \frac{1-m^2}{4}$ (m は実数) を l とする.

このとき, 以下の問 (i), (ii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 曲線 C と直線 l の 2 つの交点 A, B , および, 曲線 C 上にあり, 直線 l の下側にある点 D を考える. $\triangle ABD$ の面積が最大となるときの点 D の座標を m を用いて表せ.

(ii) $\triangle ABD$ の面積が最大になるような点 D に対して, 点 D における曲線 C の接線を T_m とする. $-1 \leq m \leq 1$ の範囲で m の値が変化するとき, T_m が通る領域を図示せよ.

【以下余白】

