

2005年度

R 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IVとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～キに当てはまる数を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 曲線 $y = x^2 - 2|x| + 1$ と x 軸で囲まれる部分の面積は ア である。

(ii) 実数 x, y が, $(2 + 2i)(x + 4i) = 8 + yi$ を満たすとき, $x =$ イ ,
 $y =$ ウ である。ただし, i は虚数単位とする。

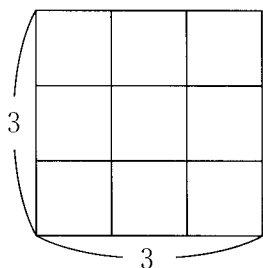
(iii) $ax^2 + bx + c$ が, $x - 1$ で割ると余りが10, $x - 2$ で割ると余りが19, $x - 3$ で割ると余りが32になるとき, $a =$ エ , $b =$ オ , $c =$ カ である。

(iv) 2次方程式 $x^2 + x - k = 0$ ($k > 0$) の2つの異なる解の差が k となるとき,
 $k =$ キ である。

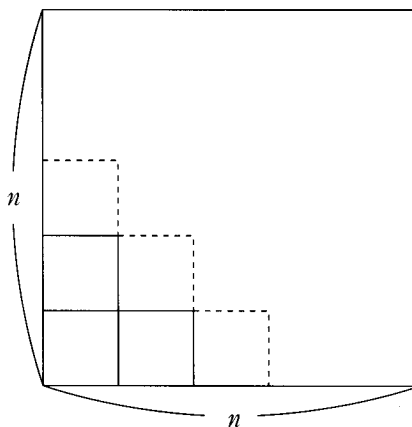
Ⅱ. 一辺の長さが L である正方形の内部に、一辺の長さが 1 である正方形のタイルを L^2 個しきつめる．そこから 2 つのタイルを無作為に選ぶとき、次の問 (i), (ii) に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 図(A)のように $L = 3$ のとき、無作為に選んだ 2 つのタイルの中心間距離が 1 となる確率を求めよ．

(ii) 図(B)のように $L = n$ (n は 2 以上の自然数) のとき、無作為に選んだ 2 つのタイルの中心間距離が 1 となる確率を n を用いて表せ．

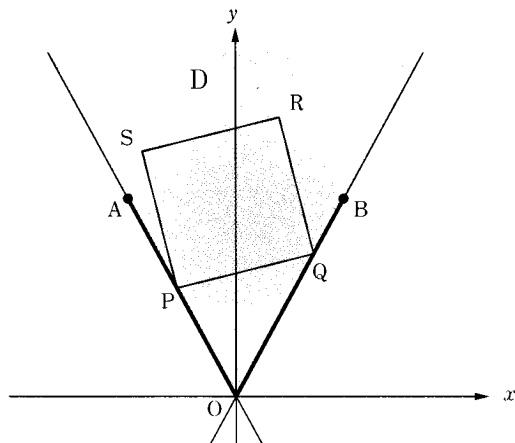


図(A)



図(B)

- Ⅲ. xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A\left(-L \sin \frac{\theta}{2}, L \cos \frac{\theta}{2}\right)$, $B\left(L \sin \frac{\theta}{2}, L \cos \frac{\theta}{2}\right)$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$, $L > 0$) をとる. O と A を通る直線と, O と B を通る直線とで区切られる 4 つの領域のうち, 図の様に y 軸の正の部分を含む領域を D とする. 線分 OA 上の点 P , 線分 OB 上の点 Q が, PQ を一辺とする正方形 $PQRS$ が D 内につくられるように動くとき, $X = OP$, $Y = OQ$ として, Y の最小値と最大値を X の関数として求め, 点 (X, Y) の存在しうる領域を XY 平面上に図示せよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.



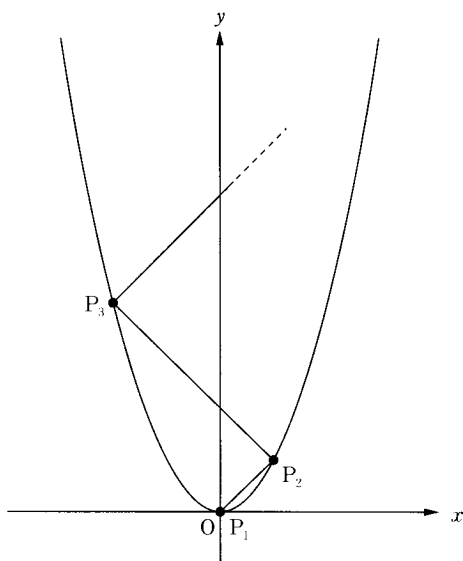
IV. xy 平面上の放物線 $y = x^2$ 上に図のように点 $P_n(x_n, x_n^2)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) がある.
 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ であり, 線分 $P_n P_{n+1}$ は点 P_{n+1} で線分 $P_{n+1} P_{n+2}$ と直交しているとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) n を整数 m を用いて (a) $n = 2m$ または (b) $n = 2m - 1$ と表すとき, (a), (b)それぞれの場合について, P_n, P_{n+1} を通る直線の方程式を x_n を用いて表し, x_{n+1} を x_n を用いて表せ.

(ii) x_{2m}, x_{2m-1} それぞれを m を用いて表せ.

(iii) 線分 $P_n P_{n+1}$ の長さを(i)の(a), (b)それぞれの場合について m で表せ.

(iv) 三角形 $P_n P_{n+1} P_{n+2}$ の面積 S_n を n で表せ.



【以下余白】

