

2005年度

G 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号は**I～IV**となっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[5]{15}$ を値の大きい順に並べると, ア, イ, ウ である。

(ii) $a = \log_5 3$ として, 以下の式を a の式で表すと, $\log_3 5 =$ エ,

$\log_{\sqrt{5}} \sqrt{27} =$ オ, $\log_{\frac{1}{3}} 5 =$ カ である。

(iii) $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin \alpha + \cos \alpha =$ キ である。

(iv) 2つの複素数を $\alpha = 3(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$, $\beta = 4(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$ とする。

ただし, i は虚数単位である。このとき, $\alpha\beta =$ ク であり, $\frac{\alpha}{\beta} =$ ケ である。解答は三角関数を使わずに $a + bi$ (a, b は実数) の形で表せ。

(v) 2次方程式 $x^2 - 2x + 3 = 0$ の解を α , β とするとき, $\alpha + \frac{1}{\beta}$ と $\frac{1}{\alpha} + \beta$ を解とする2次方程式は $x^2 +$ コ $x +$ サ $= 0$ である。

Ⅱ. $f(t)$ は t の多項式, $g(x)$ は $g(x) = \int_a^x f(t) dt$ で定義される x の2次関数で, $g(x)$ の2次の項の係数は a であるとする. ただし, a は定数である. このとき, 次の問 (i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $g(a)$ の値を求めよ.

(ii) $g(1) = 0$, $g(2) = -3$ のとき, a の値をすべて求めよ.

(iii) (ii)で求められた a の値が最大となるときの $g(x)$ を $g_1(x)$, (ii)で求められた a の値が最小となるときの $g(x)$ を $g_2(x)$ とする. 放物線 $y = g_1(x)$ と $y = g_2(x)$ とで囲まれる図形の面積を求めよ.

Ⅲ. あるダムの水が年々流出している. 水の初期量を 100 とする. 「各年の初めの残存量」に対する「その年の 1 年間の流出量」の割合を流出率と呼ぶ. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

必要ならば, 問 (ii), (iii) においては, 次の数値を用いよ.

$$\sqrt[20]{0.1} = 0.8913, \log_{10} 0.8913 = -0.0500, \log_{10} 0.4140 = -0.3830$$

(i) 毎年の流出量を一定として, 残存量が 20 年間で 10 まで減るときの, 毎年の流出量を求めよ.

(ii) 毎年の流出率を一定として, 残存量が 20 年間で 10 まで減るときの, 毎年の流出率を求めよ. ただし, 答えは小数点以下第 4 位を四捨五入して, 第 3 位まで求めよ.

(iii) 残存量が 20 年間で 10 まで減るときに, 毎年の流出量が一定の場合と, 毎年の流出率が一定の場合で, 両者の年間流出量が逆転するのは何年目かを求めよ.

IV. 平面上に3点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ がある. $k \geq 0$ とし、^{同-平面上の}点 P は次の
2つの条件 (a) , (b) をともに満たすものとする.

$$(a) PA = PO$$

$$(b) PB = kPO$$

このとき、次の問(i), (ii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $k = 2$ に対し, (a) , (b) を満たす点 P の座標をすべて求めよ.

(ii) 点 P が存在するような k の値の範囲を求めよ.

【以下余白】

