

立教大学数学科

2006年度

C_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は12ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅳとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 下記の空欄イ～へにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(1) 整式 $P(x) = x^4 + ax + b$ が $(x - 1)^2$ で割り切れるとき, $P(x)$ を $(x + 1)^2$ で割った余りは イ である.

(2) 関数 $y(x)$ が第2次導関数 $y''(x)$ をもち, $x^3 + (x + 1)y(x)^3 = 1$ を満たすとき, $y''(0) =$ ロ である.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right) =$ ハ である.

(4) 関数 $f(x) = \frac{3x + 4}{x^2 + 1}$ は, $x =$ ニ のとき, 最大値 ホ をとる.

(5) さいころを2回投げて, 出た目の合計を得点とする. ただし, 1回目は1個のさいころを投げ, 2回目は1回目に出た目の個数だけさいころを投げるとする. このとき, 得点の期待値は ヘ である.

Ⅱ. 三角形ABCにおいて、 $AB = 2$ 、 $BC = 3$ 、 $AC = 4$ であるとする。また、三角形ABCの外接円の中心をOとする。

(i) $\angle ACB$ を θ とおくとき $\cos \theta$ を求めよ。

(ii) 外接円の半径を求めよ。

(iii) A, Bを端点とする外接円上の弧のうち、長さが小さい方の弧 $\widehat{AB}$ の中点をPとする。

$$\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$$

を満たす a, b の値を求めよ。

Ⅲ. 微分可能な関数 $f(x)$, $g(x)$ は等式

$$f(x) = e^x g(x) - \int_0^x e^t f(x-t) dt$$

を満たしているとする.

(i) $f(x) = x^n e^x$ (n は自然数) のとき, $g(x)$ を求めよ.

(ii) 一般の場合に, $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ で表せ.

(iii) $g(x) = x^2$ のとき, $f(x)$ を求めよ.

IV. 座標平面の原点を中心とする半径1の円Cと、点A(0, 1)でCに接する直線 l がある.
直線 l 上の点の列 P_n と円C上の点の列 Q_n を次のように定める. $P_1 = (1, 1)$ とする.
 $n \geq 1$ に対して P_n が定まったとき, P_n に最も近いC上の点を Q_n とし, Q_n に最も近い l 上の点を P_{n+1} とする.

(i) Q_1 の座標を求めよ.

(ii) Q_n の x 座標を x_n とするとき x_{n+1} を x_n の式で表せ.

(iii) Q_n の座標を n の式で表せ.

【以下余白】

