

2006年度

A 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IVとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～クに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 不等式 $|3x - 5| < 2x$ を解くと ア となる。

(ii) 3点 $A(1, 9)$, $B(-1, 0)$, $C(6, 1)$ を頂点とする三角形 ABC の重心の座標は (イ , ウ) である。

(iii) $x > 0$ として、 $a = 10^x$, $b = 10^y$ のとき、 $\log_a b$ を x, y の式で表すと エ である。

(iv) 整式 $f(x)$ を $x - 1$ で割ったときの余りは 3, $x - 2$ で割ったときの余りは 2, $x - 3$ で割ったときの余りは 5 である。 $f(x)$ を $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ で割ったときの余りを $ax^2 + bx + c$ とすると、 $a =$ オ , $b =$ カ , $c =$ キ である。

(v) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{3}$ とすると、 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$ ク である。

Ⅱ．池袋駅を出発して、A 駅、B 駅、C 駅、D 駅、E 駅、F 駅の 6 駅に順次停車する電車がある．いま、池袋駅で、 p 、 q 、 r 、 s 、 t の 5 人が同じ電車に乗車した．この 5 人は、A 駅、B 駅、C 駅、D 駅、E 駅、F 駅のいずれかの駅で必ず降車し、どの駅で降りる確率も同じである．また、1 回降車した人は再び乗車することはない．このとき、次の問 (i) ～(iii) に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) この 5 人 (p 、 q 、 r 、 s 、 t) が、6 駅 (A 駅、B 駅、C 駅、D 駅、E 駅、F 駅) で降車する方法は全部で何通りあるか．

(ii) この 5 人全員が、それぞれ異なる駅で降車する確率を求めよ．

(iii) いずれかの駅で、この 5 人のうちの 2 人以上が、同時に降車する確率を求めよ．

Ⅲ. 自然数を正方形のマスの、小さい順に、下図のように並べていくとき、次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 最上行に横に並んでいる自然数の左から第15番目を求めよ。

(ii) 最左列に縦に並んでいる自然数の上から第15番目を求めよ。

(iii) 上から第 m 行目で、左から第 m 列目にある自然数を m で表し、それを証明せよ。

1	4	9	⋮	
2	3	8	⋮	
5	6	7	⋮	
10	⋯	⋯	⋮	

IV. 放物線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = -1$ を考える. このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ.
解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (i) 放物線 C 上の点 (t, t^2) における接線の方程式を書け.
- (ii) 直線 l 上の任意の点 $P(s, -1)$ に対し, 放物線 C の接線で点 P を通るものは, ちょうど 2 本だけ存在することを示せ.
- (iii) 直線 l 上の点 $P(s, -1)$ を通り放物線 C に接する 2 本の接線のそれぞれの接点 Q, R の x 座標を s で表せ. ただし, Q の x 座標は R の x 座標より小さいものとする.
- (iv) (iii) で求めた点 Q と R を通る直線は s によらない定点を通る. その定点の座標を求めよ.

【以下余白】

