

H 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8**ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IVとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～カに当てはまる数を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $x > 3$ のとき、不等式

$$\log_2(2x+1) + 3\log_8(x-3) + 4\log_{\frac{1}{4}}(x-1) < 0$$

を満たす x の範囲は $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $x = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$, $y = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ のとき、 $3x^2 + 4xy + 3y^2 = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(iii) $\tan \theta = \sqrt{2}$ のとき、 $\sin 4\theta = \boxed{\text{エ}}$ である。

(iv) 次の和

$$S = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{6 \cdot 9} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \frac{1}{9 \cdot 12}$$

を既約分数で表すと $S = \boxed{\text{オ}}$ である。

(v) 袋の中に赤玉が4個、白玉が8個入っている。この袋の中から玉を1個取り出して、

袋に戻す操作を4回繰り返すとき、赤玉が出る回数の期待値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

Ⅱ. 四面体 $ABCD$ において, $\angle BAC = \angle CAD = 90^\circ$, $\angle BAD = 60^\circ$ であり, $AB = 3$, $AC = 4$, $AD = 5$ である. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (i) $\triangle ABC$ の重心を G とするとき, 線分 AG の長さを求めよ.
- (ii) $\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{AD}$ の内積 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD}$ を求めよ.
- (iii) 点 P が線分 DG 上を動くとき, 線分 AP の長さの最小値を求めよ.

Ⅲ. 数列 $\{a_n\}$ は次の条件をみたしているものとする.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + (n+1)(n-2) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問(i)～(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) x の 2 次式 $f(x)$ に対し $b_n = a_n + f(n) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$ とおくと, 数列 $\{b_n\}$

が公比 2 の等比数列になる. このとき, 2 次式 $f(x)$ を求めよ.

(ii) 一般項 a_n を n の式で表せ.

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 10 項までの和を求めよ.

Ⅳ. 平面上に曲線 $C: y = |x^2 - 3x|$ と直線 $l: y = x + a$ が与えられている. ただし, a は定数とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (i) 直線 l が曲線 C に y 座標が正の点で接するときの a の値を求めよ.
- (ii) 曲線 C と直線 l が相異なる 4 個の共有点を持つような a の範囲を求めよ.
- (iii) $a = 0$ のとき, 曲線 C と直線 l で囲まれる部分の図形の面積を求めよ.

【以下余白】

