

2007年度

C 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅳとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～オに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) x についての方程式

$$\log_{\frac{1}{4}}(x-1) + \log_2(x-4) + 1 = 0$$

の解は, $x =$ である。

(ii) x^6 を $x^2 + x + 1$ で割った余りは である。

(iii) 4個の白い玉と2個の赤い玉の計6個の玉を, 赤い玉どうしが隣り合わないように

1列に並べる方法は 通りある。

(iv) 初項と公比がともに x の等比数列 a_n と, 初項と公差がともに y の等差数列 b_n があり,

$c_n = a_n b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする. $c_1 = 8$, $c_4 = 256$ であるとき, $x + y =$

である。

(v) 半径1の球に内接する円錐のうち体積が最大であるものの高さは である。

Ⅱ. x の 2 次関数 $f(x)$ が

$$f(x) = -x^2 + 6x \int_0^1 f(t) dt$$

を満たしている。このとき、次の問 (i) ~ (iii) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $f(x)$ を求めよ。

(ii) 座標平面上の $x > 0$, $y > 0$ の領域で $y = f(x)$ と直線 $y = mx$ が交点をもつための、 m の条件を求めよ。さらに、 m がこの条件を満たすときの交点を A とするとき、A の座標を m を用いて表せ。

(iii) 原点を O, $y = f(x)$ と x 軸との交点のうち O でない方の点を B, 点 A から x 軸に下ろした垂線の足を C とする (すなわち、点 C は x 軸上にあり、直線 AC は x 軸に垂直に交わっている)。線分 AC, 線分 CB, 曲線 $y = f(x)$ の A から B までの部分によって囲まれる領域の面積と、 $\triangle OAC$ の面積の比が 4 : 3 であるとき、 m の値を求めよ。

Ⅲ. 2つの t の関数

$$\begin{cases} f(t) = t \cos \theta \\ g(t) = t \sin \theta - \frac{1}{2} t^2 \end{cases}$$

(θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の実数) を考える. このとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $g(t) \geq 0$ を満たす t の範囲を θ を用いて表せ.

(ii) t が(i)で求めた範囲を動くとき, $f(t)$ の最大値 L , $g(t)$ の最大値 H をそれぞれ θ を用いて表せ.

(iii) θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で動かすとき, L を θ の関数と考えることができる. L が最大となるような θ の値を求めよ.

IV. $\triangle ABC$ において、辺ABの長さは2であり、辺BCを2:7に内分する点をDとすると、直線ADは辺BCに直交している。 $\overrightarrow{BA}$ と $\overrightarrow{BC}$ の内積が、 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$ であるとき、次の問(i)~(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 辺ACの長さを求めよ。

(ii) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(iii) $\angle BAC = \theta$ とするとき $\sin \theta$ を求めよ。