

〇 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅳとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～キに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $(\log_2 2x) \left(\log_4 \frac{\sqrt{2}}{x} \right)$ は, $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき, 最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。ここで, $x > 0$ とする。

(ii) 連立方程式 $2^y = 2^{x-2}$, $4^y + \frac{15}{8} = 4^x$ の解は, $x = \boxed{\text{ウ}}$, $y = \boxed{\text{エ}}$ である。

(iii) 点A(-12, 6)を通り, 円 $x^2 + y^2 = 36$ に接する2本の直線の方程式は,

$y = \boxed{\text{オ}}$, $y = \boxed{\text{カ}}$ である。

(iv) 定積分 $\int_0^2 |x^2 + x - 2| dx$ の値は, $\boxed{\text{キ}}$ である。

Ⅱ. 座標空間に正四面体OABCがある. ただし, $O(0, 0, 0)$, $A(6, 0, 0)$,

Bは xy 平面上の第1象限の点, Cは z 成分が正である点とする. このとき, 次の問(i), (ii)

に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点Bと点Cの座標を求めよ.

(ii) 点Qは線分OCを1:5に内分する点であるとし, 点Pは x 軸上の点であるとする.

$\angle BPQ$ が 90° となるような点Pの座標をすべて求めよ.

Ⅲ. 下図のように、正の整数を右上から左下に斜めに並べていくとき、次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 最上行に横に並んでいる数からなる数列 $1, 2, 4, \dots$ の第 m 項を m の式で表せ。

(ii) 最左列に縦に並んでいる数からなる数列 $1, 3, 6, \dots$ の第 n 項を n の式で表せ。

(iii) 最左列に縦に並んでいる数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

1	2	4	7	11	
3	5	8	12		
6	9				
10					

IV. x の関数 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ を考える. このとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ.

解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $y = f(x)$ が極大値と極小値をもつ条件を求めよ.

(ii) $-1 < x < 1$ の範囲で $y = f(x)$ が極大値と極小値をもつ条件を求めよ.

(iii) 問(ii)において, 極値を与える x の値を x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) とする.

$x_1 = -\frac{2}{3}, f(x_1) = \frac{1}{3}$ となるとき $a, b, x_2, f(x_2)$ の値を求めよ.