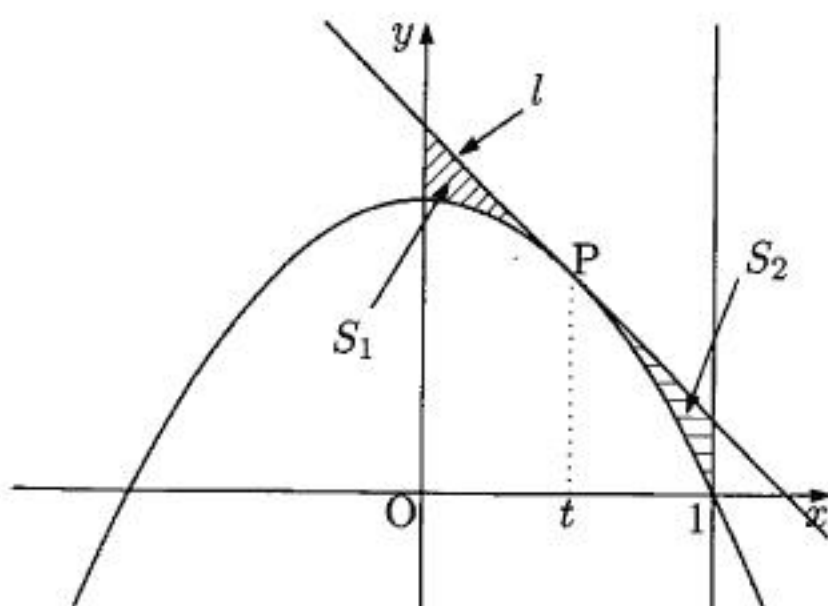


I.

ア	イ	ウ	エ	オ
2	8	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	π

カ	キ	ク	ケ
$(2n-1)^2$	$\frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1)$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$



(i) 接線の傾きは $-2t$ であるから、接線の方程式は、 $y - (1 - t^2) = -2t(x - t)$ を整理して、

$$l: y = -2tx + t^2 + 1$$

である。

(ii) 図の位置関係から、

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^t \{-2tx + t^2 + 1 - (1 - x^2)\} dx \\ &= \int_0^t (x - t)^2 dx \\ &= \left[\frac{1}{3}(x - t)^3 \right]_0^t \\ &= \frac{1}{3}t^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \int_t^1 \{-2tx + t^2 + 1 - (1 - x^2)\} dx \\ &= \int_t^1 (x - t)^2 dx \\ &= \left[\frac{1}{3}(x - t)^3 \right]_t^1 \\ &= \frac{1}{3}(1 - t)^3 \end{aligned}$$

である。

(iii) $4S_1 + S_2 = f(t) = \frac{1}{3}\{4t^3 + (1 - t)^3\}$ とおく。微分すると、

$$f'(t) = (t + 1)(3t - 1)$$

となるので、 $0 < t < 1$ の範囲で、 $f'(t) = 0$ となる t は $t = \frac{1}{3}$ のみである。このとき増減表は次のようになる。

x	(0)	...	$\frac{1}{3}$	...	(1)
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	$\frac{4}{27}$	$\nearrow$	

よって、 $f(t)$ は $t = \frac{1}{3}$ のとき、最小値 $\frac{4}{27}$ をとる。

III.

(i) 取り出したさいころが赤である確率は $\frac{2}{5}$ であり、さいころを振って出た目が 1 か 2 である確率は $\frac{1}{3}$ であるから、これらを掛けて、

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

である。

(ii) 仮に赤いさいころがでてきたとすると、そのときの得点の期待値は、

$$\frac{1}{6} \times (2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12) = 7$$

である。一方、白いさいころが出てきたとすると、そのときの得点の期待値は、

$$\frac{1}{6} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{7}{2}$$

となる。よって、求める期待値は、

$$7 \times \frac{2}{5} + \frac{7}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{49}{10}$$

である。

(iii) 同じ色のさいころでも区別をすることにすれば、取りだし方は全部で、 ${}_5C_2 = 10$ 通りあるから、

$$p = \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}, q = \frac{2 \times 3}{{}_5C_2} = \frac{3}{5}, r = \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

となる。

(iv) さいころを選び終わったあと、2 個のさいころの目の出方は互いに独立であることに注意する。すると、2 個のさいころがともに赤のとき、得点の和の期待値は、 $7 + 7 = 14$ となる。同様に赤と白のさいころを選んだときは、期待値は $7 + \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$ となり、2 個のさいころがともに白のとき、期待値は $\frac{7}{2} + \frac{7}{2} = 7$ となる。以上より、求める期待値は、

$$14p + \frac{21}{2}q + 7r = \frac{49}{5}$$

となる。