

I

ア	2
イ	9
ウ	4
エ	7920
オ	350
カ	$x^2 - 2x + 1$
キ	-1
ク	150

II

(i)

それぞれ計算すると,

$$\begin{aligned}A_1 &= 1 \times 1 \times \tan 30^\circ \times \frac{1}{2} \\&= \frac{\sqrt{3}}{6} \\A_2 &= \frac{1}{\cos 30^\circ} \times \frac{1}{\cos 30^\circ} \times \tan 30^\circ \times \frac{1}{2} \\&= \frac{2\sqrt{3}}{9}\end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned}A_k &= \left(\frac{1}{\cos 30^\circ}\right)^{k-1} \cdot \left(\frac{1}{\cos 30^\circ}\right)^{k-1} \cdot \tan 30^\circ \cdot \frac{1}{2} \\&= \frac{\sqrt{3}}{6} \left(\frac{4}{3}\right)^{k-1}\end{aligned}$$

(iii)

(i),(ii) より条件は

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \left(\frac{4}{3}\right)^{k-1} \geq \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

すなわち

$$4^{k-1} \geq 5 \cdot 3^{k-1}$$

である.

これを k について解いて,

$$\begin{aligned}2(k-1)\log_{10} 2 &\geq \log_{10} 5 + (k-1)\log_{10} 3 \\2(k-1)\log_{10} 2 &\geq 1 - \log_{10} 2 + (k-1)\log_{10} 3 \\(2k-1) \cdot 0.301 &\geq 1 + (k-1) \cdot 0.477 \\0.125k &\geq 0.824 \\k &\geq 6.592\end{aligned}$$

k は整数なので,

(答) $k = 7$

(iv)

等比数列の和の公式を用いて計算すると,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^4 A_k &= \sum_{k=1}^4 \frac{\sqrt{3}}{6} \left(\frac{4}{3}\right)^{k-1} \\&= \frac{\frac{\sqrt{3}}{6} \left\{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^4\right\}}{1 - \frac{4}{3}} \\&= -\frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{256}{81}\right) \\&= \frac{175\sqrt{3}}{162}\end{aligned}$$

III

(i)

$x^2 + y^2 = 1$ の直線 $y = -x$ および $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ の上部に含まれる部分であるので,

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \tan \beta = -1 \end{cases} \quad \text{となる } \alpha, \beta \text{ を考えれば}$$

求める範囲は $\alpha \leq \theta \leq \beta$ となる.

これを計算して,

(答) $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{3}{4}\pi$

(ii)

AB を底辺と考えれば, 求める面積は

$$2 \times (1 - \sin \theta) \times \frac{1}{2} = 1 - \sin \theta$$

よって (答) $1 - \sin \theta$

(iii)

(i) より $\frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq 1$ であるので,

$$0 \leq 1 - \sin \theta \leq \frac{1}{2}$$

となる.

よって

$$(答) \begin{cases} \text{最大値} & \frac{1}{2} & \left(\theta = \frac{\pi}{6} \text{ のとき} \right) \\ \text{最小値} & 0 & \left(\theta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき} \right) \end{cases}$$