

I.

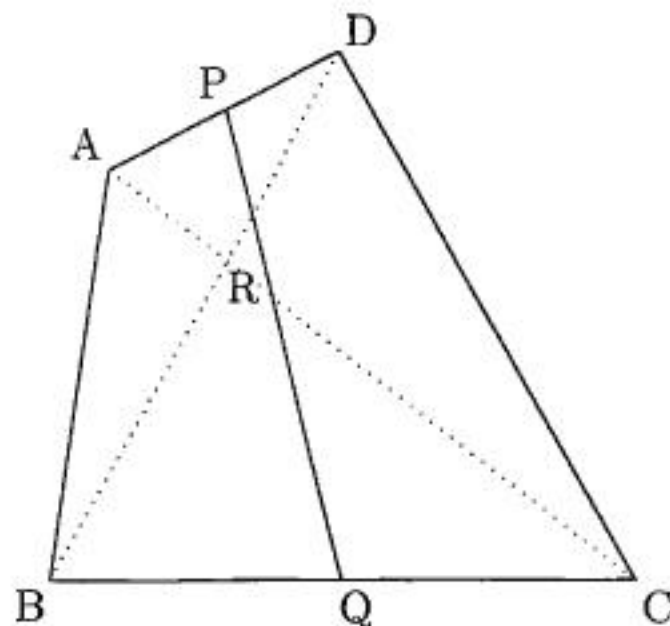
イ	ロ	ハ	ニ	ホ	ヘ
$\sqrt{3} - 2$	$\frac{10(10^n - 1)}{9} - n$	1	0	0	1

ト	チ	リ	ヌ	ル
8^n	$(-1)^n$	2	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

II.

(i)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ} - \overrightarrow{AP} \\ &= \vec{b} + \frac{\alpha}{2}\vec{b} + \frac{\beta}{2}\vec{d} - \frac{1}{2}\vec{d} \\ &= \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right)\vec{b} + \left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{2}\right)\vec{d}\end{aligned}$$



(ii) R は直線 AC 上の点であるので, $\overrightarrow{AR} = k\overrightarrow{AC}$ と書くことができる. これを書き直して

$$\overrightarrow{AR} = k(\alpha + 1)\vec{b} + k\beta\vec{d}$$

を得る. ここで, 点 R は直線 BD 上にもあるので, 上の式の $\vec{b}$ と $\vec{d}$ の係数の和は 1 にならねばならず,

$$k(\alpha + 1) + k\beta = 1$$

より, $k = \frac{1}{\alpha + \beta + 1}$ を得る. よって,

$$\overrightarrow{AR} = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 1}\vec{b} + \frac{\beta}{\alpha + \beta + 1}\vec{d}$$

である.

(iii) 点 R が直線 PQ 上にあることから, $\overrightarrow{PR} = l\overrightarrow{PQ}$ でなければならない. ここで,

$$\overrightarrow{PR} = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 1}\vec{b} + \frac{\beta - \alpha - 1}{2(\alpha + \beta + 1)}\vec{d}$$

であるので, 係数の比が等しくなることから,

$$(\alpha + 1)\left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{\beta - \alpha - 1}{2}\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right)$$

を得る. これを整理して,

$$\frac{1}{4}\alpha(\alpha + \beta + 1) = 0$$

を得る. ここに, $\alpha + \beta \neq -1$ なので, $\alpha = 0$ である.

III.

(i)

$$y = (2 \cos^2 t - 1) \sin t$$

ということと, $\sin t = \sqrt{1-x^2}$ に注意して,

$$f(x) = (2x^2 - 1)\sqrt{1-x^2}$$

を得る.

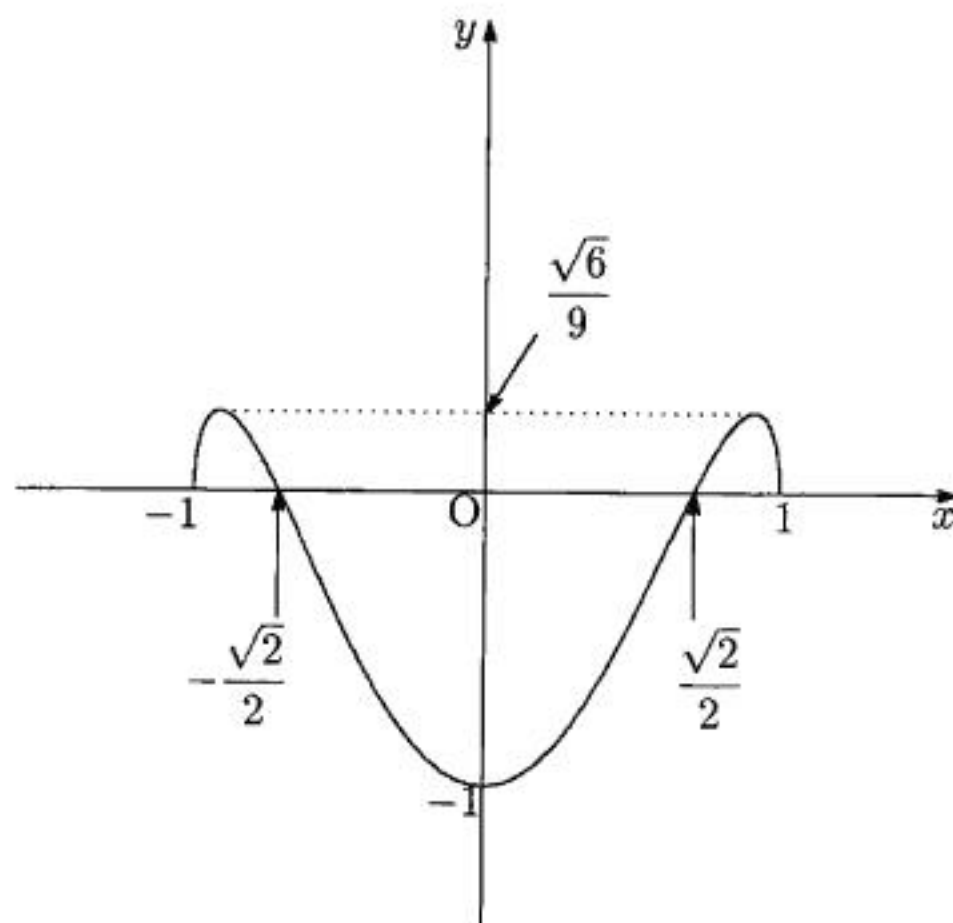
(ii) $f(x)$ は偶関数なので, $x \geq 0$ の部分だけ考える. $f(x)$ を x について微分して,

$$f'(x) = \frac{5x - 6x^3}{\sqrt{1-x^2}}$$

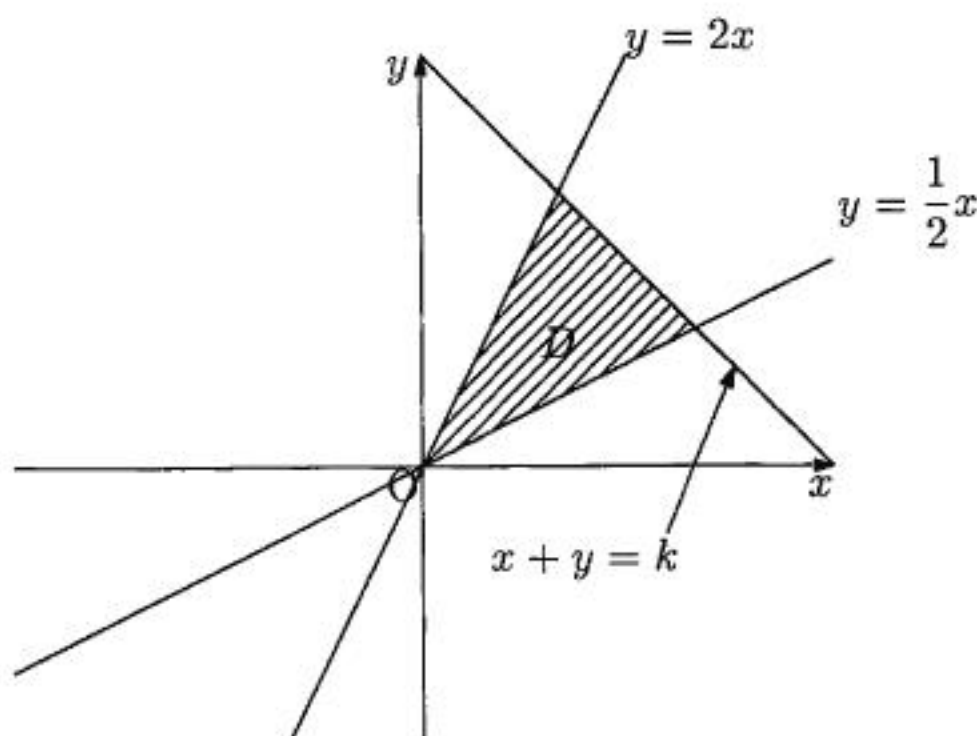
を得る. よって, $f'(x) = 0$ となる x は, $x = 0, \sqrt{\frac{5}{6}}$ である. 従って, $y = f(x)$ の増減表は, 以下のようになる.

x	0	...	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	...	1
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{6}}{9}$	$\searrow$	0

また, $f(x) = 0$ となる x は $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ なので, C は $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ を通る. また, C は $(0, -1)$ を通る. 以上から, C の概形は図のようになる.



IV.



(i) l を負でない整数として, $x + y = l$ のとき, $\frac{1}{2}x \leq y \leq 2x$ の範囲にある整数点がいくつあるか考える. $y = l - x$ を不等式に代入すると,

$$\frac{1}{3}l \leq x \leq \frac{2}{3}l \cdots (*)$$

を得る. 従って, この範囲にある整数 x の数 b_l を数えると, 以下の表のようになる.

l	0	1	2	3	4	5	6
b_l	1	0	1	2	1	2	3

よって, $a_3 = 1 + 0 + 1 + 2 = 4$ であり, $a_6 = 1 + 0 + 1 + 2 + 1 + 2 + 3 = 10$ である.

(ii)(*) において, $l = 3m + 1$ を代入すると,

$$m + \frac{1}{3} \leq x \leq 2m + \frac{2}{3}$$

となる. よって, 整数 x の個数は $m + 1$ から $2m$ までの m 個である.

(iii)(*) において, $l = 3m$ を代入すると,

$$m \leq x \leq 2m$$