

2008年度

Z 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～キに当てはまる数または式を記入せよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項までの和 $S_n = a_1 + \cdots + a_n$ が

$$S_n = 2a_n - n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき， a_n を n の式で表すと $a_n = \boxed{\text{ア}}$ となる．

(ii) $3^x - 5 \times 3^{-x} = 4$ を満たす x に対して， $16 \times 2^y + 2^{-y} = 3^{x+3} - 27^x$ を満たす

y の値は $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(iii) 3個のさいころを同時に投げるとき，6の目が2個以上出る確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(iv) $(\cos \theta + 3 \sin \theta) \sin \theta = 1$ かつ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき， $\tan \frac{\theta}{2} = \boxed{\text{オ}}$ である．

(v) 座標平面上に3点 $A(-1, -2)$ ， $B(1, 2)$ ， C がある．点 C の x 座標が正であり

$\triangle ABC$ が正三角形になるとき，点 C の座標は $(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$ である．

Ⅱ. 放物線 $y = -x^2 + 4x$ を C_1 で表し, 0でない定数 a に対して定められる放物線 $y = 2x^2 + ax$ を C_2 で表す. 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) C_2 と x 軸で囲まれる部分の面積 S を a の式で表せ.

(ii) 2つの放物線 C_1 と C_2 の共有点がただ1個であるときの a の値を求めよ.

(iii) a が(ii)で求めた値でないとき, 放物線 C_1 と C_2 で囲まれる図形 D ができる.

D の面積が S の12倍になるときの a の値を求めよ.

Ⅲ. O を原点とする座標平面上に 2 点 $A(1, 2)$, $B(11, -2)$ が与えられている. このとき, 平面上の各点 P に対して $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ を満たす実数 s, t が定まる. この (s, t) を点 P に対応する実数の組と呼ぶ. さらに,

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

で定められる円を C で表す. 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点 $P(4, -4)$ に対応する実数の組 (s, t) を求めよ.

(ii) 点 P が次の条件 (*) を満たすとき, P に対応する実数の組 (s, t) が満たす条件を求めよ.

(*) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ はベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角を 2 等分する.

(iii) 円 C 上には (ii) の条件 (*) を満たす点が 2 つ存在することを示し, それらに対応する実数の組 (s, t) の値を求めよ.

【以下余白】

