

2008年度

S 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～カに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) k は正の整数とする。 $\sqrt{k}$ の整数部分を $f(k)$ で表す。たとえば、 $f(2) = 1$,
 $f(5) = 2$ である。このとき、 $f(k) = 5$ を満たす自然数 k は全部で ア 個ある。
- (ii) x の多項式 $P(x)$ は、 $x^2 - 5x + 6$ で割ると余りが $3x + 1$ になり、 $x^2 + x - 2$
で割ると余りが $-15x + 25$ になる。 $P(x)$ を $x^2 - 4x + 3$ で割ったときの余りは
イ である。
- (iii) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$ を満たすのは、
 $x =$ ウ である。
- (iv) 2つのベクトル $\vec{a} = (5, -1)$, $\vec{b} = (-1, 1)$ がある。 p を実数としたとき、
 $|\vec{a} - 2p\vec{b}|$ の最小値は エ であり、そのときの p は オ である。
- (v) 赤、青、白の3個のさいころを投げるとき、3個の目の積が12となる確率は
カ である。

Ⅱ. 方程式 $\log_2(x+1) + \log_2(y+2) = \log_2(3x-y+10)$ を考える. このとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $x = 1$ のとき, y を求めよ.

(ii) $y = 2$ のとき, x を求めよ.

(iii) 方程式を満たす整数 x と整数 y の組 (x, y) をすべて求めよ.

Ⅲ. 放物線 $C_1: y = x^2$ において、点 $(1, 1)$ で接する接線 l と点 $(-2, 4)$ で接する接線 m がある。また、放物線 $C_2: y = ax^2 + bx + c$ は、点 $(1, 1)$ と点 $(-2, 4)$ を通る。このとき、次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 接線 l と接線 m の方程式を求めよ。

(ii) 放物線 C_1 ，接線 l ，接線 m で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(iii) 問(ii)で求めた図形の面積 S と放物線 C_1 ，放物線 C_2 で囲まれた図形の面積が等しくなるような放物線 C_2 の方程式をすべて求めよ。