

2008年度

R 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～クに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 関数 $y = 2 \cdot 3^x - 9^{x-1}$ は、 x の値が のとき最大値 をとる。

(ii) 方程式 $2 \log_2(x^2 + 3x) - \log_2(x + 4) = 4 \log_4(x + 3) + 1$ の解は

$x =$ である。

(iii) 女子が 7 人、男子が 5 人いる。これを 3 つのグループに分ける。3 人、2 人、7 人

に分ける分け方は、 通りである。また、3 人の女子グループ、2 人の男子グ

ループ、7 人の男女混成グループに分ける分け方は、 通りである。

(iv) 2 次関数 $f(x)$ が $f(2) = 1$ を満たし、かつ任意の x に対して

$$\int_1^x f(t) dt = \frac{1}{3}(x-1)f(x)$$

を満たすならば、 $f(x) =$ である。

(v) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ が $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{13}$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$ であり、 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

を満たすとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ は であり、 $\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} - \vec{b}$ のなす角 θ は 度

である。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

Ⅱ．図のように点 O を中心として長さ 1 の線分 OT_1 を半径とする円 C_1 を描く．点 T_1 を接点としてこの円に対する接線を引き、この接線上に $\angle T_1OT_2$ が 30° となるような点 T_2 をとる．次に点 O を中心として線分 OT_2 を半径とする円 C_2 を描き、点 T_2 を接点として円 C_2 に対する接線を引き、この接線上に $\angle T_2OT_3$ が 30° となるような点 T_3 をとる．同様にして、点 $T_4, T_5, \dots$ をとる．ただし、線分 $OT_1, OT_2, OT_3, \dots$ は反時計回りに 30° ずつ回転するようにとるものとする． $k = 1, 2, 3, \dots$ に対して $\triangle T_kOT_{k+1}$ の面積を A_k とする．このとき、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

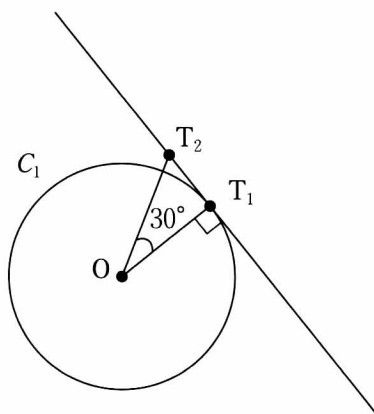
(i) 面積 A_1, A_2 を求めよ．

(ii) 面積 A_k を k を用いて表せ．

(iii) 面積 A_k の値がはじめて A_1 の 5 倍以上になるような k の値を求めよ．ただし、

$$\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 3 = 0.477 \text{ とする.}$$

(iv) 面積 A_1 から A_4 までの合計を求めよ．ただし、分母を有理化して答えよ．



Ⅲ. 点Oを原点とする座標平面において、方程式 $x^2 + y^2 = 1$ で定義される曲線の、連立不等式

$$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - \sqrt{3}y \leq 0 \end{cases}$$

で表される領域に含まれる部分を C とする. また, 点Pが C 上にあるとき, x 軸の正の部分と動径OPのなす角を θ で表す. ただし, 角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たすものとする. このとき, 次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点Pが C 上を動くとき, 角 θ の動く範囲を求めよ.

(ii) 点 $(2, 1)$ をA, 点 $(4, 1)$ をBとする. 点Pが C 上にあるとき, $\triangle PAB$ の面積 S を θ を用いて表せ.

(iii) 点Pが C 上を動くとき, $\triangle PAB$ の面積 S の最小値と最大値を求めよ.