

Y_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI・IIとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 関数 $f(x) = \frac{3}{5}x^5 - 2x^3$ について、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ.

- (i) 関数 $y = f(x)$ の増減、およびグラフの凹凸、 x 軸との交点を調べ、グラフの概形を描け. ただし、関数 $y = f(x)$ の極値、およびグラフの変曲点の座標を明記すること.
- (ii) 関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = ax$ が原点以外で接するような実数 a を求めよ.
- (iii) (ii) で求めた a に対して、関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = ax$ で囲まれる図形の面積を S とする. S の値を求めよ.
- (iv) b を実数とすると、関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = bx$ との交点の個数を求めよ.

Ⅱ. k を正の定数とする. xy 平面上において, 方程式

$$x^2 - k^2 y^2 = 1$$

で定められる曲線を C とする. また, $a \geq 1$, $b \geq 0$, $c \geq 0$ を満たす a , b , c に対

して, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$ で表される移動によって, C 上の 2 点 $P\left(\frac{5}{3}, \frac{4}{3k}\right)$,

$Q\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3k}\right)$ がともに C 上の点に移されるとする.

(i) b , c を a , k を用いて表せ.

(ii) u を $0 < u < k$ を満たす定数として,

$$a = \frac{k}{\sqrt{k^2 - u^2}}$$

と表される場合, 極限值 $\lim_{k \rightarrow \infty} a$, $\lim_{k \rightarrow \infty} b$, $\lim_{k \rightarrow \infty} c$ を求めよ.