

|   |                                          |   |                |   |                               |
|---|------------------------------------------|---|----------------|---|-------------------------------|
| ア | $\sqrt{13}$                              | イ | 119            | ウ | 3                             |
| エ | $-3 \leq x < \frac{1}{2}$                | オ | $-5x + 2^{**}$ | カ | $(x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ |
| キ | $\left(-\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$ | ク | $\frac{5}{2}$  | ケ | 67                            |
| コ | $\frac{4}{5}$                            |   |                |   |                               |

※ 立教大学入学センターより

問題番号 I-(v) の設問（設問番号オ）に誤りがあることが判明いたしました。この過誤への対応につきまして慎重に検討した結果、下記の措置をとることを決定いたしました。

【該当する箇所および対応措置】

設問文中で与えられている条件を満たす「整式  $P(x)$ 」は存在しないため、この設問については受験者全員が正答したものとして採点いたしました。

I-(v) 条件を満たす整式  $P(x)$  が存在しないことの証明：

条件を満たす整式  $P(x)$  が存在すると仮定する。

$P(x)$  を  $x^2 - 3x + 2$  で割ったときの商を  $Q(x)$  とおき、また  $Q(x)$  を  $x+1$  で割ったときの商を  $R(x)$ 、余りを  $c$  とおくと

$$\begin{aligned}
 P(x) &= Q(x)(x^2 - 3x + 2) + 2x - 5 \\
 &= \{R(x)(x+1) + c\}(x^2 - 3x + 2) + 2x - 5 \\
 &= R(x)(x+1)(x-1)(x-2) \\
 &\quad + c\{(x^2 - x - 2) - 2x + 4\} + 2x - 5 \\
 &= \{R(x)(x-1) + c\}(x^2 - x - 2) + (-2c + 2)x + 4c - 5 \\
 \therefore (-2c + 2)x + 4c - 5 &= -5x + 2 \\
 \therefore \begin{cases} -2c + 2 = -5 \\ 4c - 5 = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

これを満たす  $c$  は存在しない。

よって、条件を満たす整式  $P(x)$  は存在しない。 ■

II

(i)  $y = x^2 + 3$  より  $y' = 2x$

よって,  $C_1$  の点  $(a, a^2 + 3)$  における接線の傾きは  $2a$

以上より, 求める接線の方程式は

$$y - (a^2 + 3) = 2a(x - a)$$

$$\therefore y = 2ax - a^2 + 3 \quad \dots\dots(\text{答})$$

(ii) (i) で求めた接線が  $C_2$  にも接するとすると

$$-2x^2 = 2ax - a^2 + 3$$

$$\iff 2x^2 + 2ax - a^2 + 3 = 0$$

が重解をもつ. この判別式を  $D$  として

$$\frac{D}{4} = a^2 - 2(-a^2 + 3) = 0$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{2}$$

これを (i) の結果に代入して

$$y = \pm 2\sqrt{2}x + 1 \quad \dots\dots(\text{答})$$

(iii) 右図より図形の対称性を考えて

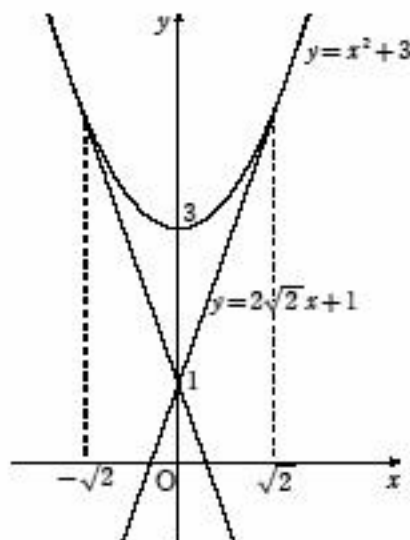
$$S = 2 \int_0^{\sqrt{2}} \{x^2 + 3 - (2\sqrt{2}x + 1)\} dx$$

$$= 2 \int_0^{\sqrt{2}} (x - \sqrt{2})^2 dx$$

$$= 2 \left[ \frac{1}{3} (x - \sqrt{2})^3 \right]_0^{\sqrt{2}}$$

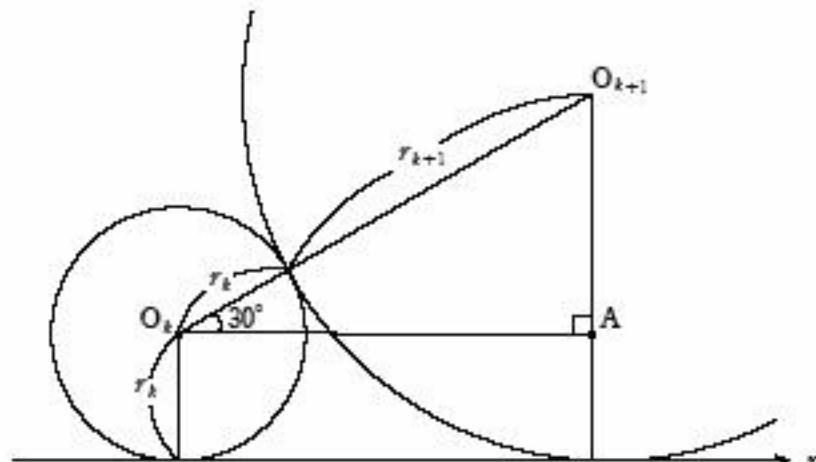
$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$\dots\dots(\text{答})$



Ⅲ

- (i)(ii) 円  $C_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) の中心と半径を  $O_k, r_k$  とおく.  
図形の対称性より, 原点, 点  $O_1, \dots, O_n$  は一直線上にあり, その直線は  $x$  軸とのなす角が  $30^\circ$  となることが分かる.

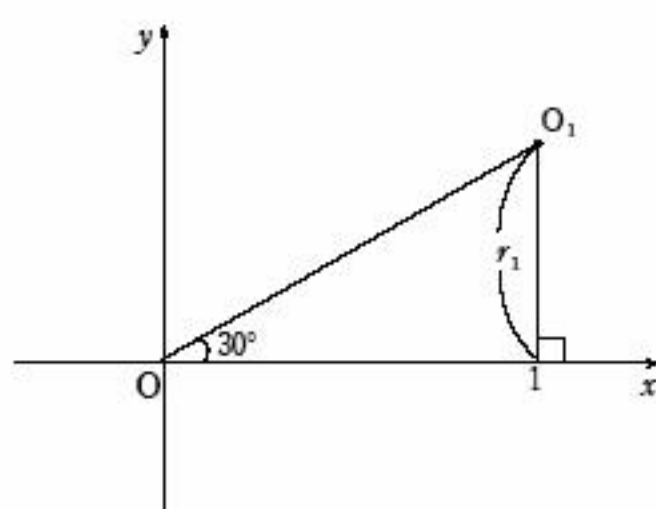


右上図のように, 円  $C_k$  と  $C_{k+1}$  の付近を考え, 上のように点  $A$  を定める.  $\angle AO_k O_{k+1} = 30^\circ$  となることより

$$\begin{aligned} \overline{O_k O_{k+1}} \sin 30^\circ &= \overline{AO_{k+1}} \\ \Leftrightarrow (r_k + r_{k+1}) \times \frac{1}{2} &= r_{k+1} - r_k \\ \therefore r_{k+1} &= 3r_k \end{aligned}$$

また右図より

$$\begin{aligned} r_1 &= 1 \times \tan 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



以上より, 数列  $\{r_k\}$  は初項  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , 公比 3 の等比数列であることが

分かったので  $r_k = 3^{k-\frac{3}{2}}$

特に

$$r_2 = \sqrt{3}$$

.....(i) の (答)

$$r_n = 3^{n-\frac{3}{2}}$$

.....(ii) の (答)

- (iii) 円  $C_k$  の面積  $S_k$  は (ii) より

$$S_k = \pi \left( 3^{k-\frac{3}{2}} \right)^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

題意より  $S_n > 10^8 S_1$  を満たす最小の  $n$  を求めればよいので

$$S_n > 10^8 S_1$$

$$\Leftrightarrow \pi \cdot 3^{2n-3} > 10^8 \cdot \pi \cdot \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3^{2n-2} > 10^8$$

ここで辺々 10 を底とする対数をとって

$$(2n-2) \log_{10} 3 > 8$$

$$\Leftrightarrow 2n-2 > \frac{8}{0.4771}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow n &> \frac{4}{0.4771} + 1 \\ &= 9.3\dots \end{aligned}$$

よって, 求める  $n$  は 10

.....(答)

- (iv) (iii) ①より  $S_k = \pi \cdot 3^{2k-3}$

よって, 数列  $\{S_k\}$  の初項は  $\frac{\pi}{3}$ , 公比は 9 であるので,

$$\text{和} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{9^n - 1}{9 - 1}$$

$$= \frac{9^n - 1}{24} \pi$$

.....(答)