

〔 I 〕

ア	2	イ	40	ウ	$\frac{3}{8}$	エ	2
オ	-1	カ	$(-1, 3)$	キ	$4\cos^3\theta - 3\cos\theta$	ク	7
ケ	2	コ	-1092	サ	5		

[II]

(i) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ より

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$

$$= 6(x+1)(x-2)$$

よって 増減表は下のようになる.

x	...	-1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗

$$f(-1) = 8$$

$$f(2) = -19$$

以上より, $a = -1, b = 2$ であり

$$A(-1, 8), B(2, -19) \quad \dots\dots(\text{答})$$

(ii) $f'(-1) = 0$ であるので, l の方程式は $y = 8$ となる.

これと $y = f(x)$ を連立して

$$2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 = 8 \iff 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7 = 0$$

$$\iff (x+1)^2(2x-7) = 0$$

A の x 座標は -1 なので求める座標は

$$\left(\frac{7}{2}, 8\right) \quad \dots\dots(\text{答})$$

(iii) l の方程式は $y = 8$ で, $y = g(x)$ の点 A での接線が l となるので,
 $y = g(x)$ の頂点が A であることが分かる.

ゆえに, p を 0 以外の実数として

$$g(x) = p(x+1)^2 + 8$$

とおける. $y = g(x)$ が $B(2, -19)$ を通るので

$$-19 = p(2+1)^2 + 8$$

$$\therefore p = -3$$

$$\text{ゆえに } g(x) = -3(x+1)^2 + 8 \quad \dots\dots(\text{答})$$

[Ⅲ]

(i) $\triangle PQS$ と $\triangle RQS$ に, それぞれ

余弦定理を適用して ($\angle QPS = \theta$ とおく)

$$QS^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cos \theta \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$QS^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos(180^\circ - \theta)$$

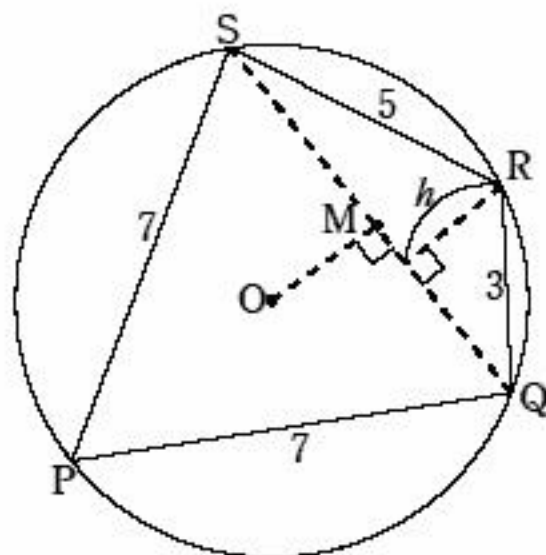
QS^2 を消去して

$$98 - 98 \cos \theta = 34 + 30 \cos \theta$$

$$\therefore \cos = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ$$

これを $\textcircled{1}$ に代入して $QS = 7 \quad \cdots \cdots (\text{答})$



(ii) $\triangle RQS$ の面積を考えて, 求める長さを h とすると

$$\frac{1}{2} \cdot QS \cdot h = \frac{1}{2} \cdot RQ \cdot RS \cdot \sin \angle QRS$$

$$\iff \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \sin 120^\circ \quad (\because \text{(i) より } \angle QRS = 120^\circ)$$

$$\therefore h = \frac{15\sqrt{3}}{14} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

(iii) 右上図のように, O から QS に下した垂線の足を M とおく.

$\triangle PQS$ が正三角形になることから, M は QS の中点になる.

$$\text{よって } \overrightarrow{QO} \cdot \overrightarrow{QS} = |\overrightarrow{QO}| \cdot |\overrightarrow{QS}| \cos \angle OQS$$

$$= |\overrightarrow{QM}| \cdot |\overrightarrow{QS}| \quad (\because |\overrightarrow{QO}| \cos \angle OQS = |\overrightarrow{QM}|)$$

$$= \frac{49}{2} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$