

2009年度

E 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～シに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 実数 x, y が $y = -x^2$ を満たすとき、 $x + y$ の最大値は ア である。

(ii) $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ が $x = 2$ を 2 重解にもつとき、定数 a の値は イ ,
 b の値は ウ である。

(iii) 150 以下の自然数のうち、3 の倍数でも 4 の倍数でもないものの個数は エ である。

(iv) 赤のカードが 2 枚、青のカードが 2 枚、合計 4 枚のカードがある。ここから一度に 2 枚のカードを引いたとき、赤と青のカードを 1 枚ずつ引く確率は オ である。

(v) 水 100 g に食塩 30 g を加えてできた食塩水からその半分を取り、残った食塩水に水 100 g と食塩 35 g を加えてできた食塩水の濃度は カ % である。

(vi) 直線 $5x - 12y = 0$ と垂直で点 $(3, -2)$ を通る直線の y 切片は キ である。

(vii) 連立方程式

$$\begin{cases} 3^x = 9^{y-1} \\ 4^{2x-1} = 8^y \end{cases}$$

の解は、 $x =$ ク , $y =$ ケ である。

(viii) $\tan 75^\circ$ の値を求めると コ である。

(ix) $x^2 + 2xy + y^2 + x + y$ を因数分解すると サ となる。

(x) 初項 1、公差 1 の等差数列 $\{a_n\}$ の第 4 項までの和を $S = \sum_{n=1}^4 a_n$ とする。

このとき初項 a_4 、公比 S の等比数列 $\{b_n\}$ の第 4 項までの和を $T = \sum_{n=1}^4 b_n$ とすると、

T の値は シ である。

Ⅱ. 座標平面において, 点 $A(\cos \theta, \sin \theta)$, $B(5 \cos 5\theta, 5 \sin 5\theta)$ と原点 $O(0, 0)$ の3点を考える. ただし θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ である. このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ.

解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 3点 O, A, B がひとつの直線上にあるときの θ の値を求めよ.

(ii) 3点 O, A, B が三角形をつくるとき, 三角形 OAB の面積 S を θ で表せ.

(iii) 三角形 OAB の面積が最大となるときの θ の値をすべて求めよ.

(iv) 三角形 OAB の面積が最大となるときの三角形 OAB の面積 S と周の長さ l を求めよ.

Ⅲ. 座標平面において、原点を O 、放物線 $y = x^2 - 2(m - 1)x + m^2$ を C で表す。ただし m は $m > \frac{1}{2}$ の定数である。このとき、次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 原点 O を通る C の接線は 2 つある。これらの接線の接点 A 、 B の座標を求めよ。ただし点 A の x 座標は点 B の x 座標より小さいものとする。

(ii) 点 A および点 B から x 軸に下ろした垂線を、それぞれ AH 、 BG とする。放物線 C と 3 つの線分 AH 、 HG 、 GB で囲まれる図形の面積 S_1 を m の式で表せ。

(iii) 2 つの接線と放物線で囲まれる図形の面積を S_2 とする。 $\frac{S_2}{S_1}$ を求めよ。

【以下余白】

