

2009年度

# 〇 数 学 問 題

## 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HB**の黒鉛筆または**HB**の黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。  
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8**ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i)  $2 \sin x + 3 \cos x$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) の最大値は  である。

(ii)  $x - \frac{1}{x} = 3$  のとき  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  は  である。

(iii) 方程式  $6x - 9 = 4^{\log_2 x}$  の解は  $x =$   である。

(iv) 2つの不等式  $x^2 + x \leq 6$ ,  $2x - 1 < 0$  を同時に満たす  $x$  の値の範囲は  である。

(v) 整式  $P(x)$  を  $x^2 - 3x + 2$  で割ったときの余りが  $2x - 5$ ,  $x^2 - x - 2$  で割ったときの余りが  $2 - 5x$  であるとき,  $P(x)$  を  $x^2 - 1$  で割ったときの余りは  である。

(vi) 座標平面上の円  $x^2 + y^2 = 1$  上を動く点Pと点A(2, 0)を結ぶ線分の中点の軌跡の方程式は  である。

(vii) 座標平面上の2点A(1, 1), B(-5, -1)を通る直線上に点Pがあるとき, 原点Oと点Pの間の距離が最小値をとるときの点Pの座標は  である。

(viii)  $\int_0^2 |2x - 1| dx$  の値は  である。

(ix) 200以下の自然数の中で, 2の倍数であって, 3の倍数でない数の個数は  である。

(x) 赤球4個と白球2個が入っている袋から同時に3個の球を取り出すとき, 赤球が2個以上含まれる確率は  である。



## Ⅱ．座標平面上に2つの放物線

$$C_1: y = x^2 + 3$$

$$C_2: y = -2x^2$$

がある．このとき，次の問(i)～(iii)に答えよ．解答は解答用紙の所定欄に記入せよ．

(i) 放物線  $C_1$  上の点  $(a, a^2 + 3)$  における接線の方程式を求めよ．

(ii) 放物線  $C_1$  と放物線  $C_2$  の両方に接する直線は2つある．

これらの直線の方程式を求めよ．

(iii) (ii)で求めた2つの直線と放物線  $C_1$  で囲まれる図形の面積  $S$  を求めよ．



Ⅲ. 座標平面上の第1象限で考える.  $x$  軸となす角が  $60^\circ$  の原点を通る半直線を  $l$  とする.

点  $(1, 0)$  において  $x$  軸に接し, かつ半直線  $l$  に接する円を  $C_1$  とする. 次に,  $x$  軸,

半直線  $l$  および円  $C_1$  に接し, 円  $C_1$  より大きい半径をもつ円を  $C_2$  とする. さらに,

$x$  軸, 半直線  $l$  および円  $C_2$  に接し, 円  $C_2$  より大きい半径をもつ円を  $C_3$  とする.

以下同様に円  $C_4, \dots, C_n$  を定める.

このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 円  $C_2$  の半径  $r_2$  を求めよ.

(ii) 円  $C_n$  の半径  $r_n$  を  $n$  の式で表せ.

(iii) 円  $C_n$  の面積が円  $C_1$  の面積の  $10^8$  倍よりも大きくなるときの最小の自然数  $n$  を

求めよ. ただし,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする.

(iv)  $n$  個の円  $C_1, C_2, \dots, C_n$  の面積の和を  $n$  の式で表せ.

【以下余白】

