

2010年度

C 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア、イに「真」または「偽」のいずれかを記入せよ。また空欄ウ～シに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) a, b を実数とするとき、命題「 $a > 0$ または $b > 2$ ならば、 $2a + b > 2$ である」は であり、この命題の逆は である。

(ii) $x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}, y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ のときの $x^3 + y^3$ の値は である。

(iii) $\int_0^2 (x^2 - ax + 8) dx = 4$ を満たす a の値は である。

(iv) $a_1 = -3, a_{n+1} = a_n + 10$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定まる数列の第 n 項 a_n を、 n を用いて表すと である。

(v) $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}$ を小数で表した場合、小数第 位に初めて 0 でない数字が現れる。
ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(vi) 家から仕事場に向かって出かけることにした。徒歩で行くと仕事の開始予定に 40 分遅れることが分かったので、オートバイで行ったところ仕事の開始予定の 1 時間前に着いた。徒歩の速さが毎分 80 m、オートバイの速さが毎分 480 m であるとき、家から仕事場までの距離は km である。

(vii) $x = 1 - \sqrt{3}i$ のとき、 $5x^4 + 3x^3 + 22x^2 + 40$ の値は である。ただし、 i は虚数単位とする。

(viii) $\sum_{k=1}^{20} k(2k + 3)$ の値は である。

(ix) 底辺の長さが x 、高さが y の三角形が $2x + y = 3$ を満たすとき、三角形の面積の最大値は である。

(x) 直線 $3x - y - 2 = 0$ に関して、点 $(-2, -1)$ と対称な点の座標は , である。

Ⅱ. A, B 2 人が「石段登り」のゲームを行う. 石段は A, B が出発する地面を 0 段目として, 1 段目から 6 段目までである. 以下のルール①, ②に従って, 1 つのコインを 6 回投げて, より上段にいた方がゲームの勝者となる.

① コインを投げて表が出れば

・ A が 1 段上がり, B は動かない.

・ なお, A が B の 1 段下にいるときに限って, A が 1 段上がり, B は 1 段下がる.

このルールを A による「追い越し」と呼ぶ.

② コインを投げて裏が出れば

・ B が 1 段上がり, A は動かない.

・ なお, B が A の 1 段下にいるときに限って, B が 1 段上がり, A が 1 段下がる.

このルールを B による「追い越し」と呼ぶ.

ゲーム開始から k 回コインを投げた結果, A が石段の m 段目に, B が n 段目にいる確率を $P_k(m, n)$ と表す. ただし, $k \leq 6$ とする. このとき, 次の問(i), (ii)に答えよ. ただし, 問(i)の空欄ア, エ, オには適当な数値を, 空欄イ, ウには, A または B の記号を記入せよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) コインを 1 回投げて, A が石段を 1 段上がる確率 $P_1(1, 0)$ の値は $\frac{1}{2}$ であり,

コインを 2 回投げて, A が石段の 2 段目にいる確率 $P_2(2, 0)$ の値は $\frac{1}{4}$ である.

また, コインを 2 回投げた結果, A が石段の 1 段目に, B が 0 段目にいる確率

$P_2(1, 0)$ の値は ア である. このときコインを 1 回目に投げた結果, イ

が 1 段上がり, コインを 2 回目に投げた結果, ウ が 1 段上がり, 相手が 1 段下

がる「追い越し」が発生している.

ゲーム開始からコインを3回投げた結果、Aが2段目に、Bが1段目にいる確率

$P_3(2, 1)$ の値は である。また、ゲーム開始からコインを4回投げた結果、

Aが2段目に、Bが1段目にいる確率 $P_4(2, 1)$ の値は である。

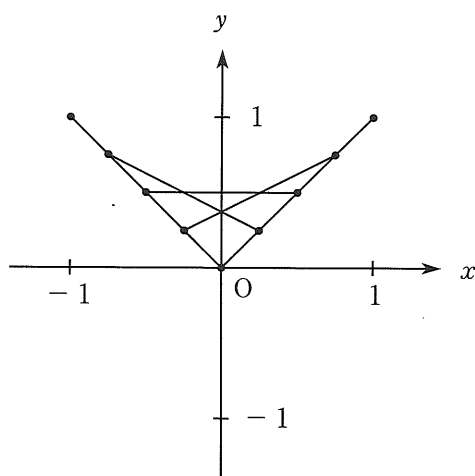
(ii) ゲーム開始からコインを6回投げた結果、「追い越し」が1回以上発生する確率を求めよ。

Ⅲ. 座標平面上の2点 $P(a, a)$ と $Q(-1+a, 1-a)$ を結ぶ線分をPQとする. このとき,
次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 2点P, Qを通る直線の方程式を求めよ.

(ii) a が $0 \leq a \leq 1$ の範囲を動く時, 線分PQと直線 $x = \frac{1}{2}$ との交点の軌跡を求めよ.

なお, 参考までに, 下図に a の値を0から1まで, $\frac{1}{4}$ ずつ増加させたときの線分PQの位置を示している.



(iii) a が $0 \leq a \leq 1$ の範囲を動く時, 線分PQの通る領域の面積 S を求めよ.

【以下余白】

