

2010年度

W 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**H B の黒鉛筆**または**H B の黒のシャープペンシル**で記入することになっています。H B の黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8 ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～セに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ の分母を有理化すると ア となる。

(ii) 300 以下の自然数のうち、3 でも 5 でも割り切れないものは イ 個ある。

(iii) $3a + \frac{4}{a}$ の最小値は ウ となる。ただし、 a は正の実数である。

(iv) A, B, C, D の 4 つの袋の中に、それぞれ白玉 1 個、黒玉 1 個、赤玉 1 個の合計 3 個の玉が入っている。それぞれの袋から 1 個の玉を抜き出すとき、3 個以上が赤玉である確率は エ である。

(v) xy 平面上に、円 $C: x^2 + y^2 = 9$ と点 $P(6, 0)$ がある。いま点 Q が円 C の円周上を動くとき、 P, Q の中点の軌跡は、半径が オ , 中心の座標が カ の円となる。

(vi) $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(x-3) > -2$ を満たす x の範囲は キ である。

(vii) ベクトル $(3, -1, 1)$ に垂直で、 xz 平面上にある z 成分が負の単位ベクトルは $(\text{ ク }, \text{ ケ }, \text{ コ })$ である。

(viii) 底面の直径が 6 cm、高さが 4 cm の円錐がある。この円錐の底面にも側面にも接している球の表面積は、サ cm^2 である。

(ix) xy 平面上の放物線 $y = 3x^2 + 2ax + a$ を x 軸方向に a , y 軸方向に b だけ平行移動すると、この放物線は点 $(-2, 0)$ で x 軸と接した。このとき $a = \text{ シ } , b = \text{ ス }$ である。

(x) $-\cos^2 \theta + \frac{\sqrt{3}}{6} \sin \theta > 0$ を満たす θ の範囲は セ である。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

Ⅱ. 1 から n までの異なる整数が書かれた n 枚のカードがある. この中から 2 枚を取り出したときのカードに書かれている整数の和を s とし, 2 枚の取り出し方すべての場合を考えたときの s の総和を S_n とする. ただし, n は 2 以上の整数である. このとき, 問(i)～(iv)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) S_5 を求めよ.

(ii) 1 から n までの整数 k に対し, 上の方法で 2 枚のカードを取り出すとき, どちらかに k が書かれている取り出し方は何通りあるか.

(iii) S_n を n を用いてあらわせ.

(iv) 1 から n までの異なる整数が書かれた n 枚のカードから 3 枚を取り出す. このとき, カードに書かれている整数の和を t として, 3 枚の取り出し方すべての場合を考えたときの t の総和 T_n を n を用いてあらわせ. ただし, n は 3 以上の整数である.

Ⅲ. xy 平面上に放物線 $C_1: y = x^2 + ax + b$ と放物線 $C_2: y = -x^2 + cx + d$ がある. ただし, $a > 0$ とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) C_1 と C_2 のそれぞれの頂点の座標を a, b, c, d を用いてあらわせ.

(ii) C_1 と C_2 には 2 つの共有点 A, B があり, 点 A の x 座標は -2 , 点 B の x 座標は 3 である. また C_1 と C_2 の頂点の y 座標はそれぞれ $-5, 12$ である. このとき, 定数 a, b, c, d の値を求めよ.

(iii) 点 A と点 B を通る直線 l と放物線 C_2 で囲まれる図形の面積 S を求めよ.

(iv) 点 A と点 B を通る放物線 $C_3: y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ と直線 l で囲まれる図形の面積が $3S$ となるとき, 定数 α, β, γ の値を求めよ. ただし $\alpha > 0$ とする.

【以下余白】

