

2010年度

N 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $x^2 + 2(m - 1)x + 4 = 0$ と $x^2 + 3x + m = 0$ がいずれも実数解を持たないよ

うな m の値の範囲は である。

(ii) $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^8$ を展開したとき、 x^3 の係数は である。

(iii) 3点A(2, 2, 2), B(6, 6, 4), C(2, 3, 3)を頂点とする三角形ABCがあるとき、 $\angle BAC$ の大きさは である。

(iv) あるクラス 101 人の中でバナナが好きな人が 43 人、イチゴが好きな人が 39 人、バナナとイチゴ両方が好きな人が 32 人いた。バナナとイチゴがいずれも好きでない人は 人である。

(v) LONDONという単語の文字をすべて使ってできる順列は、全部で 通りである。

(vi) 複素数 $\frac{2}{3 + 2i}$ の虚部は である。ただし、 i は虚数単位である。

(vii) $\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ の最小値は である。

(viii) $a = \frac{\log_9 25}{\log_3 2}$ のとき、 2^a を簡単にすると、 である。

(ix) $S_n = \frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{3}{8 \cdot 11} + \cdots + \frac{3}{(3n - 1)(3n + 2)}$

とすると、 $S_n =$ となる。

(x) 異なる2つの2次方程式 $x^2 + 2ax + 10 = 0$, $x^2 + 5x + 4a = 0$ が共通の解を持つとき、定数 a の値は であり、そのときの共通の解は $x =$ である。

Ⅱ. xy 平面上で、中心が $A(1, 1)$ で半径 r の円 C と直線 $l: y = 2x$ が 2 つの交点 P_1, P_2 を持つとする. また、点 P_1 における円 C の接線と、点 P_2 における円 C の接線の交点を Q とする. このとき、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) r のとりうる値の範囲を求めよ.

(ii) $\angle P_1QP_2 = \frac{\pi}{3}$ のとき、 r の値を求めよ.

(iii) $\angle P_1QP_2 = \theta$ のとき、 r を θ を用いて表せ. ただし、 $0 < \theta < \pi$ とする.

(iv) $\angle P_1QP_2 = \theta$ のとき、点 Q の座標を θ を用いて表せ. ただし、 $0 < \theta < \pi$ とする.

Ⅲ. x の関数 $f(x) = -x^3 + px^2 + qx - 1$ は $x = \sqrt{2}$ で極大値, $x = -\sqrt{2}$ で極小値を持つとする. また, $t > 0$ とする. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) p, q の値を求めよ.

(ii) 点 $P(t, f(t))$ における曲線 $C: y = f(x)$ の接線 l の方程式を求めよ.

(iii) 曲線 C と接線 l の点 P とは異なる交点 Q の座標を t を用いて表せ.

(iv) 交点 Q の y 座標が最小となるような t の値, および, そのときの交点 Q の座標を求めよ.

(v) (iv)で求めた点 Q を Q_1 とし, 点 Q_1 における曲線 C の接線と曲線 C の点 Q_1 とは異なる交点を Q_2 とする. また, 点 Q_2 における曲線 C の接線と曲線 C の点 Q_2 とは異なる交点を Q_3 とする. 同様にして, 点 Q_n における曲線 C の接線と曲線 C の点 Q_n とは異なる交点を Q_{n+1} とする. このとき, 点 Q_n の x 座標が初めて 1,000,000 を超えるような n の値を求めよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.

【以下余白】

